# MODELAGEM MATEMÁTICA UTILIZANDO REGRESSÃO LINEAR SIMPLES E O GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM DURANTE O ENSINO REMOTO

***Jonathas Maycon dos Reis Almeida***
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

***Ariston de Lima Cardoso***
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

**Resumo:** Este estudo aborda o ensino da função afim utilizando a Modelagem Matemática no ensino médio como estratégia para o ensino remoto vividos em tempos de COVID-19. A partir dos estudos sobre o que é Modelagem Matemática e sobre a natureza dos problemas matemáticos foi elaborada uma proposta de atividade para uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola particular para que os estudantes utilizassem a regressão linear simples para construir o modelo matemático de um fenômeno real. O trabalho foi idealizado a partir das aulas remotas de Matemática sobre o conceito de função e função afim. A turma foi dividida em grupos e dentre três temas foi escolhido um para trabalho. Os temas apresentados foram: aumento do preço do gás de cozinha, aumento do preço da cesta básica e projeção do valor da gasolina para o ano de 2021. Após o diálogo a turma escolheu estudar a projeção do valor da gasolina para o ano de 2021. Em seguida, os conceitos de modelagem matemática e regressão linear foram expostos. O fenômeno real escolhido foi modelado linearmente seguindo as etapas de Modelagem Matemática. A partir dos conceitos de regressão linear, a lei de função que modela o fenômeno foi determinada e sua representação gráfica foi plotada no Geogebra. As aulas ocorreram remotamente devido aos decretos do Governo do Estado da Bahia que suspende as aulas presenciais no Estado em face a situação pandêmica do vírus Sars-Cov-2.

**Palavras chave:** função afim, geogebra, modelagem matemática.

## Introdução

Este trabalho resulta do interesse em utilizar a Modelagem Matemática como recurso metodológico para ensinar a função afim, pois na maioria das vezes a abordagem deste conteúdo é feita de maneira expositiva, sinalizando a importância que é dada em cumprir o conteúdo programático sem buscar articulações com o contexto dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, para buscar a articulação do conteúdo função afim com a realidade, foram apresentados temas de fenômenos reais e para a execução da atividade segui as etapas de uma atividade de Modelagem Matemática descritas por Burak (1998, 2004).

O objetivo deste artigo é descrever uma atividade de Modelagem Matemática associada a um software educacional como meio facilitador no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos de Matemática.

O acompanhamento da aplicação da proposta pedagógica foi realizado remotamente o que estendeu o desenvolvimento da atividade além do planejado devido a alguns momentos de instabilidade na conexão de internet dos estudantes e do professor. A atividade foi aplicada numa turma de primeiro ano do Ensino Médio, de uma escola particular. Esta turma possui quarenta e três estudantes e foi dividida em grupos de cinco ou seis componentes no intuito de realizar uma perspectiva de trabalho coletivo valorizando uma proposta de ensino baseada no diálogo e constante troca de ideias durante a execução da atividade.

A participação dos aprendizes foi fundamental durante todo o processo de aplicação da proposta de trabalho, pois tornou o momento de construção do conhecimento dinâmico e interativo. Após a determinação de coeficientes da lei função afim, foi utilizado o Geogebra para verificação e interpretação geométrica da solução encontrada.

Por fim, são apresentadas nas considerações finais deste artigo as conclusões obtidas a partir da confrontação entre as orientações teóricas e a execução da atividade lançando mão da modelagem matemática associada a um software educativo.

## Modelagem Matemática

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Neste sentido, o professor que se propõe a ensinar Matemática a partir da Modelagem pesquisa fenômenos que estão acontecendo ou aconteceram no mundo e procura descrevê-los em modelos matemáticos. A pesquisa desses fenômenos é um obstáculo para o professor, pois ele deve buscar acontecimentos que sejam pertinentes para os aprendizes e que despertem o interesse da turma. De nada adianta o professor trazer propostas fora do contexto dos discentes. Por exemplo, não é indicado para um professor que trabalha no sertão nordestino buscar problemáticas que envolvem neve. Ora, não faz sentido nenhum para uma turma que sofre com a falta de água, trabalhar com Modelagem Matemática discutindo a incidência de neve em Nova York. Isso fragilizará esta estratégia de ensino, contribuindo para o reforço da ideia de que a Matemática é desconexa e sem sentido para os discentes, pois as necessidades e o contextos desses aprendizes conversam sobre outras temáticas, estes discentes buscam respostas para outros problemas; situações da realidade deles, da comunidade que eles estão inseridos, contextualizados. Para Barbosa (2004),

> A Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade (BARBOSA, 2004, p. 06).

De acordo com o trecho, a interlocução que a Modelagem Matemática busca fazer com situações reais e contextualizadas reverberam de maneira singular na sala de aula conectando o pensamento dos discentes aos acontecimentos do mundo atual incentivando-os a buscarem soluções sustentáveis e assertivas para os problemas propostos. É comum na sala de aula os aprendizes perguntarem ao professor: “Onde eu vou usar esse assunto na vida, professor? ”, e muitas vezes, o professor fica sem resposta para estas indagações. É um tipo de questionamento que inquieta qualquer professor de Matemática quando está ensinando frações algébricas, operações com polinômios, produtos notáveis, cálculos de diagonais de polígonos entre outros conteúdos. De fato, encontrar uma resposta para esta pergunta não é tarefa fácil para nenhum docente, principalmente quando o professor utiliza uma metodologia tradicional de ensino que não valoriza a participação do aprendiz na aula. Ao utilizar a Modelagem Matemática o professor abre o leque de possibilidades de aplicações dos objetos matemáticos de maneira que os discentes conseguem observar o que eles estão estudando contribuindo para encontrar as soluções para necessidades do mundo moderno. De acordo com D’Ambrósio (2002),

> “...o maior desafio dos matemáticos e educadores matemáticos é “fazer uma matemática integrada no pensamento e no mundo moderno” e aponta a Modelagem Matemática como um caminho para contribuir para o enfrentamento deste desafio (D’ AMBRÓSIO, 2002, p. 30).

Assim, essa dificuldade encontrada pela maioria dos professores tem sua raiz no modelo tradicional de ensino em que foram formados e continuam a reproduzir este modelo. Não faz muito tempo, e certamente, ainda hoje, é possível encontrar, atividades e avaliações de Matemática que utilizam o inadequado “arme, efetue e tire a prova. Uma estratégia de ensino em que o professor expõe o conteúdo, o estudante reproduz e repete na avaliação para alcançar a nota para a aprovação. Repete-se uma pedagogia em que o professor detém o conhecimento e vai depositando aos poucos para a turma; os estudantes recebem esses depósitos de conhecimento passivamente e, assim, continua o ciclo numa perspectiva bancária tão condenada por Freire (1987). Uma perspectiva de ensino que valoriza a memorização e a reprodução tornando a disciplina distante da vida real e que dificulta a apropriação da aprendizagem. Ensinar Matemática integrada com a realidade do discente se levanta como uma ponte para que a aprendizagem aconteça de maneira significativa e ativa onde os estudantes são coparticipantes de todo o processo. Isto é, a Modelagem Matemática pode ser vista como uma estratégia de ensino que valoriza o conhecimento prévio dos estudantes a medida que eles utilizam estes conhecimentos consolidados em outro momento, para criar laços cognitivos com os novos conceitos apresentados para resolver a problemática proposta. Segundo Ausubel (1982),

> "Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica... A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. " (MOREIRA, 1982, p. 7.)

Assim, a Modelagem Matemática pode ser vista como uma metodologia ativa pois convoca os aprendizes para refletirem sobre vários problemas apresentados e a buscar soluções sustentáveis que valorizam competências e habilidades contribuindo para a formação de cidadãos reflexivos, conscientes do seu papel na sociedade e com pensamento matemático dinâmico.

Ao ensinar função afim numa turma de primeiro ano do Ensino Médio, é possível propor aos estudantes vários fenômenos reais contextualizados que podem ser modelados. Na citação a seguir Bassanezi (2002), apresenta que os problemas ou situações matemáticas podem ser classificados de acordo com a natureza do fenômeno estudado ou com o conteúdo matemático utilizado; assim, são classificados em linear ou não linear; estático ou dinâmico; educacional ou aplicativo.

> "i. *Linear* ou *não-linear*, conforme suas equações básicas tenham estas características;
> ii. *Estático*, quando representa a forma do objeto – por exemplo, a forma geométrica de um alvéolo; ou *Dinâmico* quando simula variações de estágios do fenômeno – por exemplo, crescimento populacional de uma colmeia.
> iii. *Educacional*, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. O modelo presa-predador de Lotka-Volterra é um exemplo típico de tais modelos. O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada; ou *Aplicativo* é aquele baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolve inter-relações de um grande número de variáveis, fornecendo em geral sistemas de equações com numerosos parâmetros. Neste caso, um tratamento analítico pode ser impossível e os métodos utilizados para obtenção das soluções devem ser computacionais. E quanto mais complexo for o modelo, mais difícil será mostrar sua validade, isto é, que ele descreve a realidade!" (BASSANEZI, 2002, p. 20, 21)

Neste trecho é possível perceber que o fenômeno a ser modelado poder ser ao mesmo tempo linear, dinâmico e educacional, isto é, uma categoria não descategoriza outra. No que diz respeito as etapas de uma modelagem matemática, é necessário seguir uma rotina de trabalho. Segundo Burak (1998, 2004) as etapas de execução desta metodologia são: 1) escolha do tema; 2) a pesquisa exploratória; 3) o levantamento do(s) problema(s); 4) a resolução do(s) problema(s); e 5) a análise crítica da solução.

Na etapa da escolha do tema, o professor apresenta alguns temas aos estudantes e numa perspectiva democrática a turma/grupo define o tema (Burak, 1992); ou o professor seleciona o tema e apresenta, pois a escolha do tema pelos estudantes pode dificultar a articulação com o programa da escola em determinadas situações (Beltrão, 2009). A pesquisa exploratória consiste em conduzir os aprendizes para a procura de materiais e informações sobre o que se pretende pesquisar.

Na terceira etapa, é realizado um mapeamento de questões sobre o tema escolhido.

A penúltima etapa consiste em buscar respostas para as questões mapeadas utilizando o conteúdo matemático que o professor pretende abordar.

Na análise crítica, por fim, os estudantes refletem acerca dos resultados obtidos analisando a viabilidade e coerência da solução adquirida. Este exercício proporciona a formação de cidadãos críticos, reflexivos e autônomos.

Para execução deste trabalho de Modelagem Matemática foram seguidas as etapas descritas neste artigo para abordar a função afim a partir de um estudo superficial de regressão linear simples. Na sequência são apresentadas algumas considerações sobre análise de regressão em particular regressão linear simples.

## Regressão Linear Simples

Os modelos de regressão são utilizados em várias áreas do conhecimento como Estatística, Biologia, Administração, Engenharias, Saúde, Geografia, etc. A regressão pode ser entendida como um procedimento de análise estatística para determinar uma função que relacione a variação de uma variável dependente $Y$ em função de $i$ variáveis independentes, $X_1$, $X_2$, ..., $X_i$.

Existem mais de dez tipos de algoritmos de regressão sendo possível classificar as regressões em: regressão linear, regressão polinomial, regressão logística, regressão quantílica, regressão ridge, regressão lasso, regressão elasticnet, regressão de componentes principais, regressão por mínimos quadrados parciais, regressão vetorial de suporte, regressão ordinal, regressão de Poisson, regressão binomail negativa, regressão quasi-poisson, regressão de cox.

A regressão linear simples é um caso particular de regressão onde se tem uma variável dependente e uma variável independente, no qual o modelo matemático é da forma: $y = \alpha x + \beta + \epsilon$. Isto significa que a relação existente entre y e x é linear e sua representação geométrica é uma reta. A seguir, Filho (2011) explica cada uma dessas variáveis,

> "Y representa a variável dependente, ou seja, aquilo que queremos explicar/entender/predizer. X*1*, por sua vez, representa a variável independente, aquilo que o pesquisador acredita que pode ajudar a explicar/entender/predizer a variação de Y. O intercepto ($\alpha$), também chamado de constante, representa o valor de Y quando *X1* assume valor zero. Dito de outra forma, na ausência de variáveis independentes, o intercepto ($\alpha$) representa o valor da média esperada de Y. O coeficiente de regressão ($\beta$) representa a mudança observada em Y associada ao aumento de uma unidade em *X1*. Finalmente, o termo estocástico ($\epsilon$) representa o erro em explicar/entender/predizer Y a partir de *X*." (FILHO, et. al., 2011, p. 49)

A partir desses esclarecimentos, Hoffmann (2015) sugere que num modelo de regressão linear sejam pressupostos os itens abaixo

> " I) A relação entre X e Y é linear.
> II) Os valores de X são fixos, isto é, X não é uma variável aleatória.
> III) A média do erro é nula, isto é, $E(u_i) = 0$ .
> IV) Para um dado valor de X, a variância do erro u é sempre 2 σ , denominada variância residual, isto é,
> V) O erro de uma observação é não-correlacionado com o erro em outra observação, isto é, $E(u_i u_j) = 0$ para $i \neq j$.
> VI) Os erros têm distribuição normal." (HOFFMAN, 2015, p. 44)

Dessa maneira, considerando as preposições I e II, e entendendo que a preposição III exclui a existência de erros da variável Y, ou seja, $\epsilon = 0$, é possível concluir que o modelo linear simples pode ser escrito da forma $y = \alpha x + \beta$, forma da função afim. Por isso optei por trabalhar com regressão linear, uma vez que se articula com o programa escolar (função afim) e por ser um dos comandos do Geogebra que foi utilizado na etapa de plotagem do gráfico para verificar os resultados encontrados.

## O Geogebra

As novas tecnologias da informação e da comunicação revolucionaram e continuam revolucionando a maneira de ensinar e aprender. Discentes e docentes registram em suas memórias informações que são adquiridas a partir de um filme, um programa de rádio ou TV, material impresso, internet, etc., que, por sua vez, agem como mola propulsora para aquisição de novas aprendizagens. As atuais propostas educacionais têm dado grande importância em superar as dificuldades do ensino-aprendizagem do conhecimento matemático através do uso de softwares educacionais como recurso, suporte e meio facilitador para a construção de conceitos pelo estudante.

Segundo Leite (2007), os softwares educacionais consistem em programas para computadores cujo objetivo é contribuir para aquisição da aprendizagem, sendo projetado com fundamentação pedagógica. A utilização de softwares como suporte pedagógico e recurso metodológico tem crescido exponencialmente a cada dia. Sua utilização é primordial, pois em muito contribui no ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, é necessário observar algumas particularidades para que o professor possa escolher o software mais adequado.

A primeira observação a ser feita é se o software é educacional. De acordo com Santos (2009), o software educacional deve, antes de tudo, possibilitar que o aprendiz alcance o objetivo educacional, sendo assim, sua interface deve ser atraente e de fácil manuseio, atuando de maneira que motive e respeite as diferenças existentes em sala de aula. Além disso, é necessário que o professor observe se o software possui uma concepção sócio-psico-pedagógica clara e bem definida; e por fim, o software precisa ser tecnicamente bem elaborado.

É necessário ainda, que o professor conheça profundamente os recursos disponíveis dos programas escolhidos para suas atividades de ensino, somente dessa maneira que ele poderá desenvolver uma aula dinâmica, criativa e segura. Segundo Teixeira e Brandão (2003), a utilização do software educacional só é salutar quando os professores o concebem como ferramenta que auxilia suas atividades didático-pedagógicas, como mecanismo planejado para executar projetos interdisciplinares, como elemento motivador e, não obstante a isso, que desafia o surgimento de novas práticas pedagógicas, tendo por consequência um processo de ensino-aprendizagem inovador, dinâmico, participativo e interativo.

É neste cenário que muitos softwares matemáticos estão disponíveis para sua utilização em diversas áreas da Matemática. Estes softwares podem e devem ser utilizados pelo professor de Matemática como suporte metodológico para tornar suas aulas mais criativas, motivadoras e desafiadoras contribuindo para a aprendizagem dos estudantes. Neste contexto, o espaço educativo deve oportunizar aos discentes o acesso as novas tecnologias como recurso facilitador da aprendizagem, pois a escola "é o local onde estão os jovens, se na escola tem esses recursos, eles vão utilizar. É uma forma de fazer isso chegar mais rápido aos cidadãos" (Bonilla, 2014). Nesse sentido, muitos professores têm utilizado vários aplicativos como suporte para o ensino de Matemática, principalmente os aplicativos educacionais ligados aos conceitos geométricos, de maneira especial o Geogebra, pois

> "O Geogebra, criado por Markus Hohenwarter, é um software gratuito de matemática dinâmica que foi desenvolvido visando o ensino matemático através de recursos geométricos que incluem álgebra, tabelas e gráficos. Estes permitem construções geométricas com alteração de valores e movimentação, promovendo, assim, uma interação entre os elementos." (Araújo, 2013, p. 9)

Estes fatores contribuíram para a escolha de utilizar o Geogebra na atividade relatada neste artigo. O Geogebra é um software educacional com interface atraente e desperta o interesse do usuário pela facilidade no manuseio de suas ferramentas. É um programa computacional multiplataforma o que permite ser utilizado em qualquer sistema operacional, sendo possível executá-lo com acesso à internet ou não. Com o Geogebra é possível fazer estudos de funções, plano cartesiano, trigonometria, geometria plana e espacial, possibilitando ainda, fazer animações no plano e no espaço. Isso permite, dentre outras coisas, que sejam trabalhados conceitos que os estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem, pois com o Geogebra é possível visualizar a construção e o comportamento de elementos de difícil abstração.

Diante do exposto, utilizar Geogebra na atividade descrita neste artigo tornou possível determinar a lei de função que define a regressão linear a partir de um conjunto de pontos em uma das etapas finais da atividade. Segue um breve relato da atividade aplicada com alguns registros dos estudantes.

## Desenvolvimento da atividade

A atividade foi realizada numa turma de Ensino Médio de uma escola da rede privada de ensino durante os momentos síncronos das aulas de Matemática em razão da pandemia de COVID19, pois as aulas presenciais foram suspensas pelo Governo do Estado da Bahia para reduzir o avanço da contaminação pelo vírus. A seguir é apresentado o desenvolvimento da atividade utilizando os registros de um dos grupos de estudantes para ilustrar o relato.

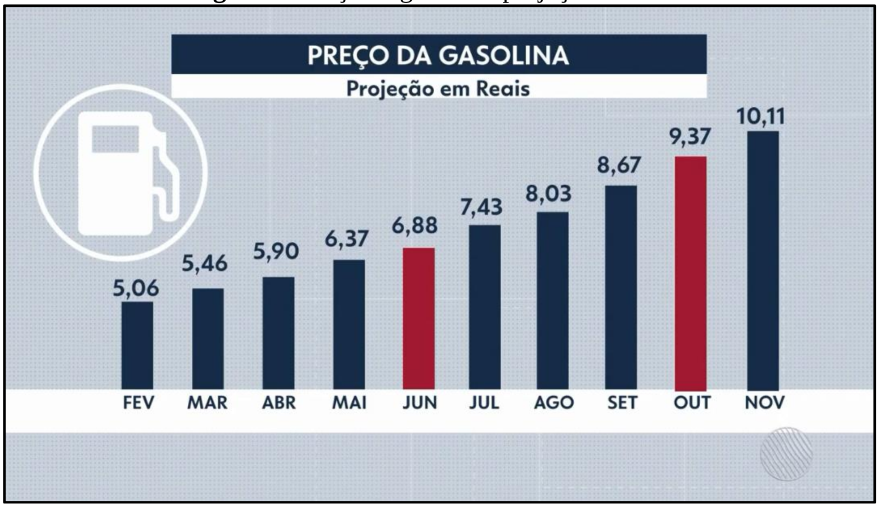
A atividade foi iniciada dialogando com os discentes sobre a importância da Matemática para a humanidade, suas aplicações, evolução e contrição para o mundo. Seguiu-se conversando sobre a possibilidade de representar matematicamente alguns fenômenos reais.

Em seguida, foi apresentado o conceito de Modelagem Matemática explicando que era possível escrever uma função matemática que descrevesse o comportamento de uma situação do nosso dia-a-dia. Foi iniciado um debate sobre os aumentos recentes do gás de cozinha, gasolina, da cesta básica e se eles estavam acompanhando o que está acontecendo com esses produtos. Muitos estudantes afirmaram que tem observado os pais comentarem como o preço dos alimentos tem aumentado, exemplificando com o valor do arroz. O diálogo sobre o preço do gás de cozinha e da gasolina foi continuado e os discentes relataram que os pais tinham diminuído as saídas com o automóvel devido as restrições e o distanciamento social da pandemia de Covid19, mas também porque o valor do litro da gasolina está muito elevado.

Foi apresentada a proposta de modelar uma dessas situações e dialogamos sobre a escolha do tema. A turma escolheu trabalhar sobre o preço da gasolina, pois despertou o interesse de estimar o preço futuro do litro do combustível. Esse foi o momento para apresentar a turma o gráfico que projeta o preço da gasolina até novembro de dois mil e vinte um, caso os reajustes continuem seguindo a mesma taxa de proporção. O gráfico foi exibido, no dia três de março de dois mil e vinte e um, numa reportagem em um telejornal local abordando os aumentos sucessivos do combustível. A reportagem foi consultada na *internet* e foi realizado um *print* (foto) - figura 1- da tela para apresentar a turma durante a aula remota sobre função afim.

Este momento foi bastante interessante, pois os estudantes ficaram muito assustados com a possibilidade do preço da gasolina ultrapassar dez reais por litro. O comportamento do gráfico foi analisado e os aprendizes concluiram que este sugeria ter um comportamento linear lembrando a representação geométrica da função polinomial de primeiro grau.

**Figura 1**: Preço da gasolina: projeção em reais




**Fonte**: BA TV. Bahia: Rede TV, 3 de março de 2021. Programa de TV. https://globoplay.globo.com/batv-salvador/t/YLCbrWJkDC/. Acesso em 05 de março de 2021.

Foi proposto escrever uma lei de função afim que mais se aproximasse do comportamento do gráfico apresentado. Neste momento, foi realizada uma exposição superficial sobre o conceito de nuvem de dispersão e regressão linear para que os estudantes entendessem que seria determinada uma lei de função que seu gráfico não interceptaria todos dos pontos, mas era a que melhor se ajustava para a situação. Decidido o tema de trabalho (projeção do preço da gasolina) a turma foi dividida em oito grupos com cinco componentes cada. Foi solicitado que os discentes preenchessem a Tabela 1 com os dados de origem no gráfico apresentado.

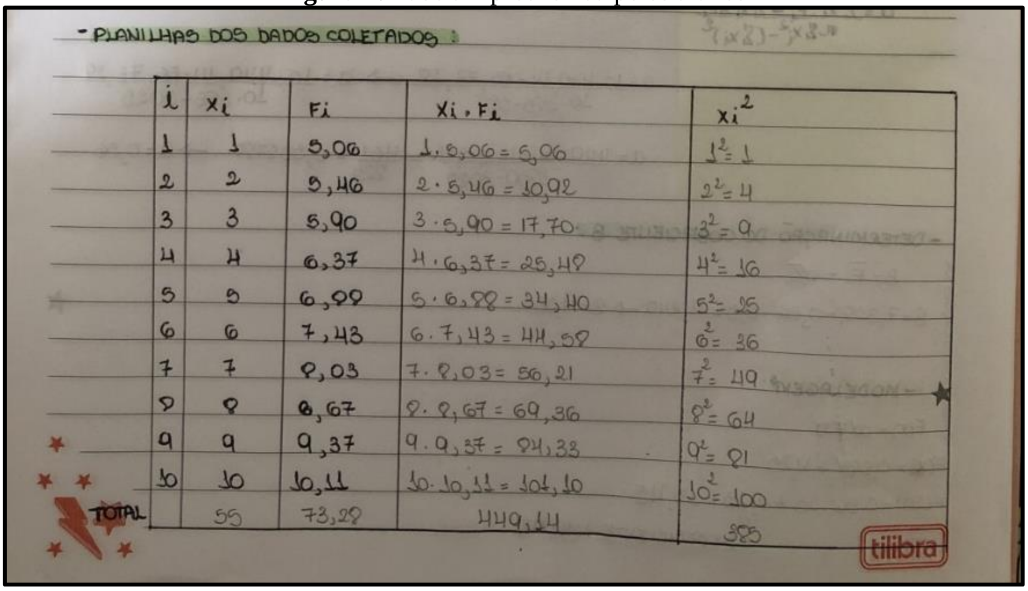
**Tabela 1**: Tabela de dados

| i | $x_i$ | $f_i$ | $x_i * f_i$ | $x_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| ⋮ | | | | |
| 10 | | | | |
| Total | | | | |

**Fonte**: os autores (2021)

Os estudantes tiveram dificuldades em entender a dinâmica de preenchimento da Tabela 1, devido o índice "*i*" que foi utilizado junto as variáveis. No entanto, após ser esclarecida a dúvida e ficar entendido o mecanismo de execução, os aprendizes não apresentaram maiores dificuldades como mostra a Figura 2.

**Figura 2**: Tabela 1 preenchida pelos alunos



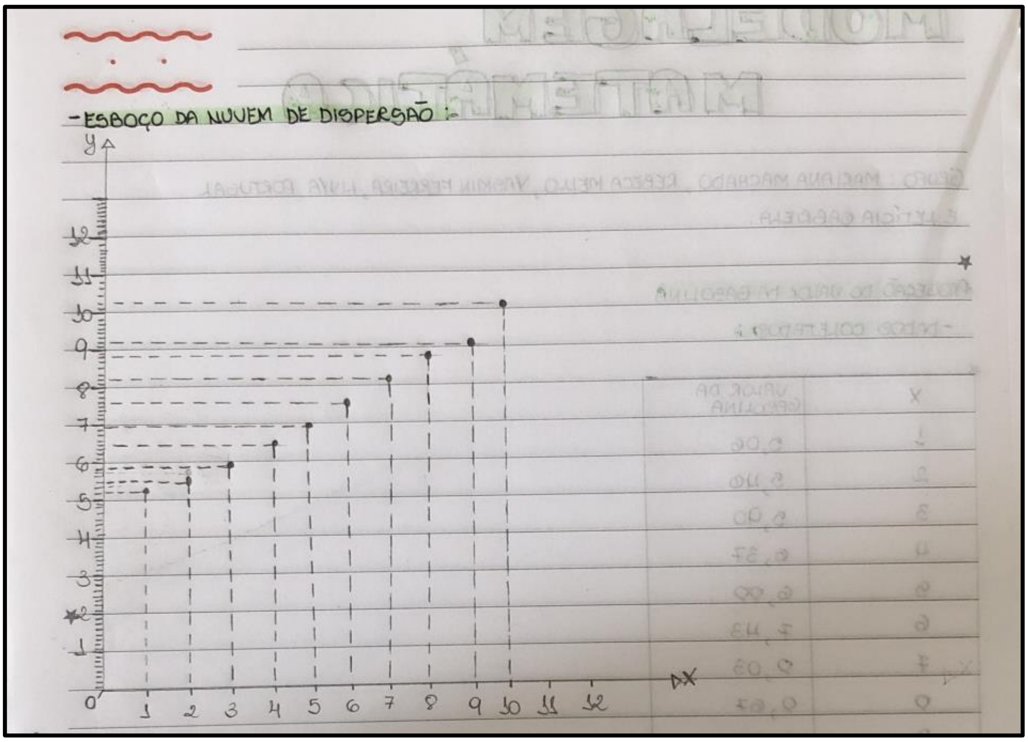
- PLANILHAS DOS DADOS COLETADOS:

| i | $x_i$ | Fi | $x_i \cdot F_i$ | $x_i^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5,06 | 1 . 5,06 = 5,06 | $1^2 = 1$ |
| 2 | 2 | 5,46 | 2 . 5,46 = 10,92 | $2^2 = 4$ |
| 3 | 3 | 5,90 | 3 . 5,90 = 17,70 | $3^2 = 9$ |
| 4 | 4 | 6,37 | 4 . 6,37 = 25,48 | $4^2 = 16$ |
| 5 | 5 | 6,88 | 5 . 6,88 = 34,40 | $5^2 = 25$ |
| 6 | 6 | 7,43 | 6 . 7,43 = 44,58 | $6^2 = 36$ |
| 7 | 7 | 8,03 | 7 . 8,03 = 56,21 | $7^2 = 49$ |
| 8 | 8 | 8,67 | 8 . 8,67 = 69,36 | $8^2 = 64$ |
| 9 | 9 | 9,37 | 9 . 9,37 = 84,33 | $9^2 = 81$ |
| 10 | 10 | 10,11 | 10 . 10,11 = 101,10 | $10^2 = 100$ |
| TOTAL | 55 | 73,29 | 449,14 | 385 |

**Fonte**: os autores (2021)

Depois de preenchida a Tabela 1, os estudantes fizeram a representação dos dados no plano cartesiano (para que eles observassem que não era possível traçar uma reta que passasse por todos os pontos, pois não eram colineares. Neste momento, foi explicado novamente o conceito de nuvem de dispersão e foi esclarecido que o objetivo era determinar a lei de função afim cuja reta mais se aproximasse de todos os pontos.

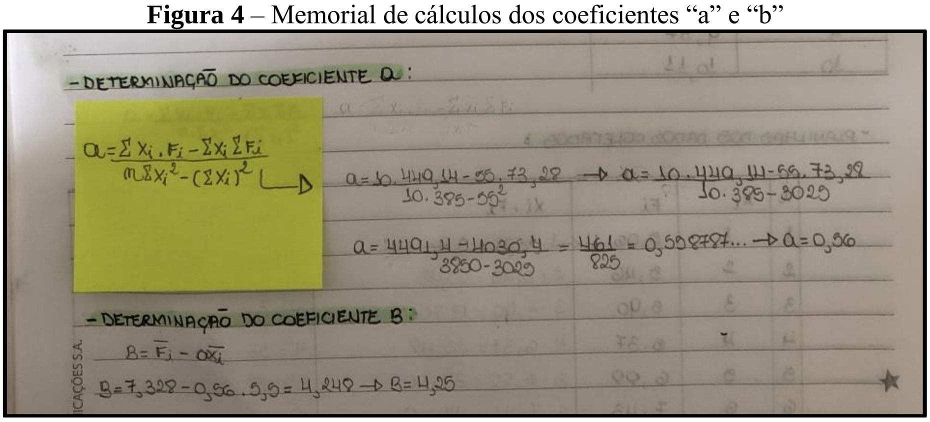
**Figura 3**: Representação dos pontos no Plano Cartesiano




**Fonte**: os autores (2021)

Os discentes concluíram que para a elaboração da lei de função era necessário determinar o coeficiente angular e o linear. Para a determinação do coeficiente angular foi utilizado o algoritmo $\alpha = \frac{n\sum x_i f_i - \sum x_i \sum f_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$ e para determinar o coeficiente linear $\beta = \overline{f_i} - \alpha\overline{x_i}$. Os estudantes tiveram dificuldade com o símbolo do somatório e da média aritmética. Então foi necessário explicar o significado e o procedimento de cálculo de cada um dos conceitos e sua notação. Os cálculos (Figura 4) foram realizados com o auxílio da calculadora, todavia alguns discentes tiveram dificuldades no manejo da ferramenta.

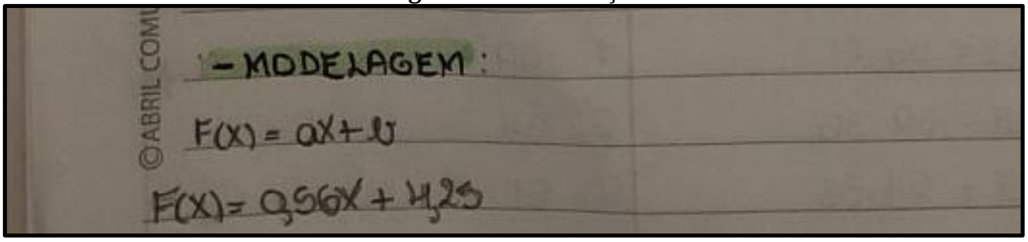
**Figura 4** – Memorial de cálculos dos coeficientes "a" e "b"




**Fonte**: os autores (2021)

Com os valores dos coeficientes determinados, a lei de função foi determinada e, em seguida, o gráfico foi esboçado.

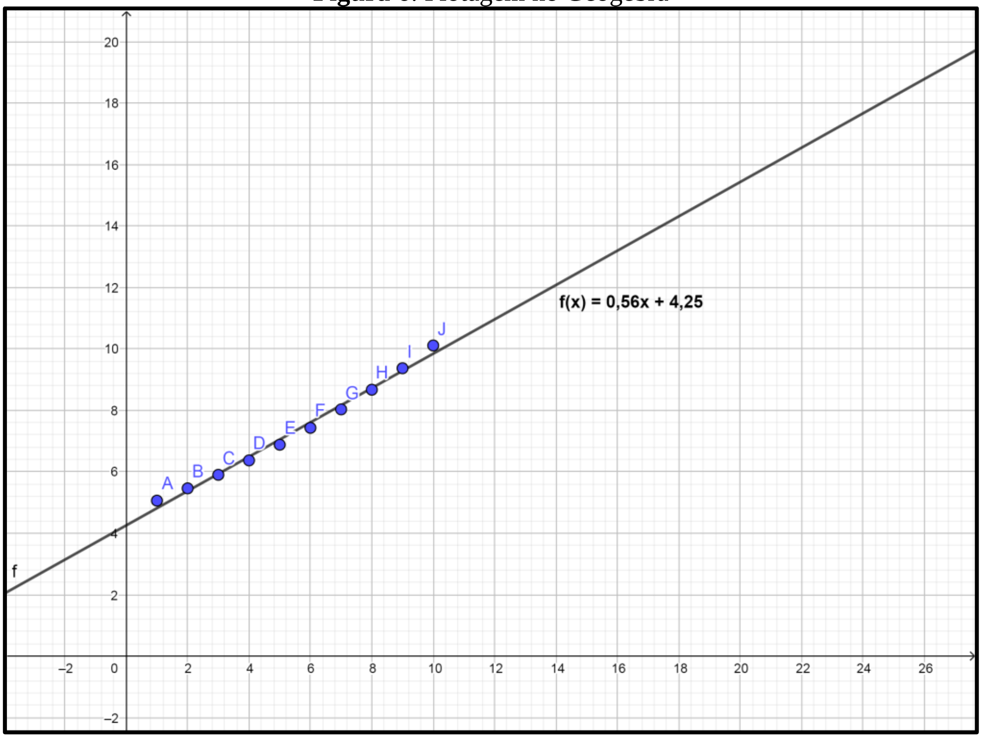
**Figura 5**: Lei de função




**Fonte**: os autores (2021)

Em seguida, foi iniciada a utilização do Geogebra. Inicialmente, o software foi apresentado destacando algumas de suas funções como ponto, reta, interseção de objetos, para que os estudantes percebessem que o manuseio do Geogebra é bastante didático. Foi mostrado como utilizar a função para criação de ponto e de reta no intuito de que os estudantes pudessem se familiarizar com o uso do programa. Em seguida, os foram plotados os pontos tendo como referência a tabela que foi preenchida, utilizando como abscissa o $x_i$ e como ordenada $y_i$. Com os dados na tela, mais uma vez foi reiterado o conceito de nuvem de dispersão. A partir daí, foi utilizada a função lista para criar uma lista de pontos e a partir desta lista, utilizar o comando regressão linear para determinação da função linear.  Na figura 6, segue a plotagem do gráfico da função determinada.

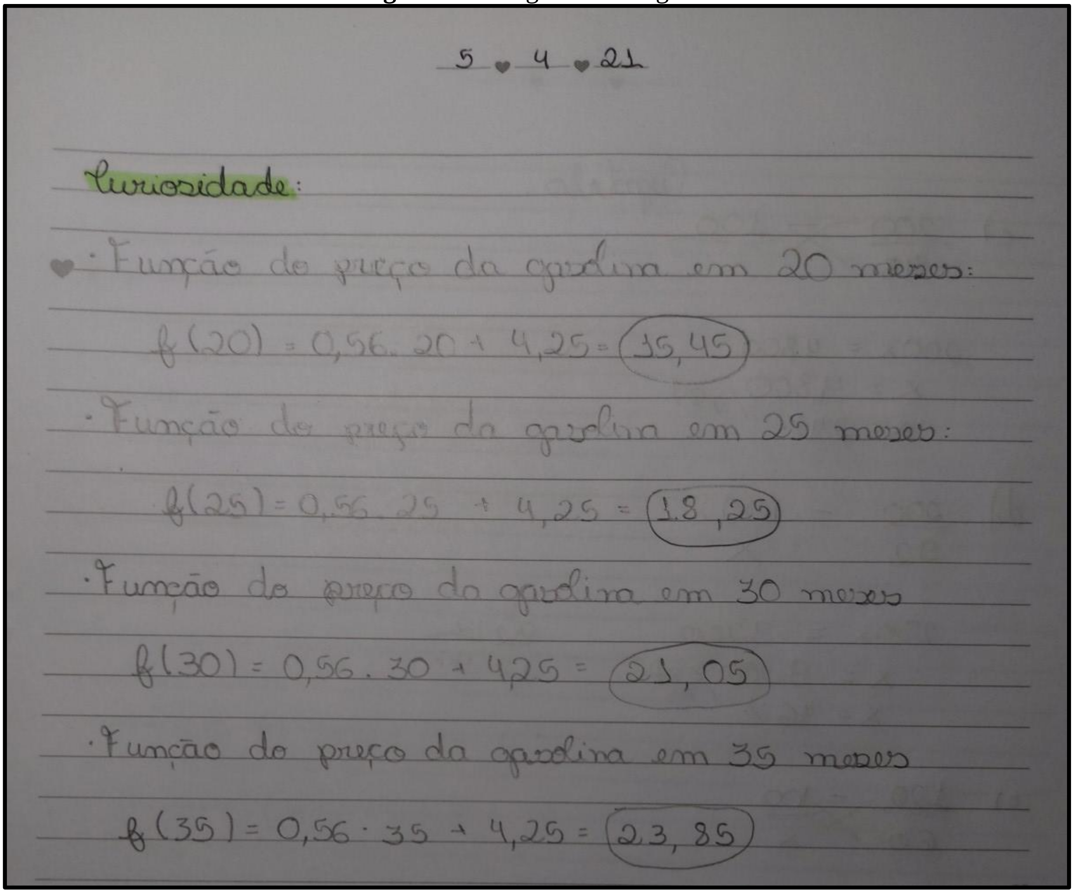
**Figura 6**: Plotagem no Geogebra




**Fonte**: os autores (2021)

A função apresentada com o comando regressão linear foi f(x) = 0,5x + 4,25, o que mostrou que os valores dos coeficientes a e b foram calculados corretamente. Foi discutida a solução encontrada e os estudantes fizeram considerações como: o valor do preço da gasolina sempre crescerá porque trata-se de uma função crescente; e o preço inicial da gasolina a partir deste modelo é R$ 4,25; e alguns discentes calcularam o preço da gasolina para meses futuros, como mostra a Figura 7.

**Figura 7**: Plotagem no Geogebra




**Fonte**: os autores (2021)

## Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma proposta de ensino de função afim para turmas de primeiro ano do Ensino Médio utilizando a Modelagem Matemática como recurso metodológico.

O estudo mostra que a Modelagem Matemática é um importante recurso para auxiliar o professor no processo de ensino-aprendizagem de Matemática contribuindo na formação dos aprendizes em vários aspectos, visto que uma das etapas é a escolha do tema. Os estudantes demonstraram interesse em debater os temas que foram propostos num diálogo aberto sobre o que estava acontecendo no país e os desdobramentos em sua localidade. A Modelagem Matemática também é eficaz, pois valoriza o trabalho em grupo e a tomada coletiva de decisões, pois a escolha do tema de trabalho foi realizada compartilhadamente onde os estudantes expuseram suas motivações e interesses em estudar o tema. No desenvolver da atividade foi possível perceber os discentes lançando mão dos conhecimentos matemáticos prévios que eles possuíam, e diante dos entraves os estudantes demonstraram interesse em buscar novas habilidades e competências matemáticas para a continuidade da resolução.

A utilização desta metodologia permitiu que os aprendizes construíssem no final da aula conclusões a respeito do fenômeno estudado o que valorizou o pensamento crítico-reflexivo e a curiosidade da turma. No final da atividade, os estudantes pontuaram que encontraram algo além da resposta de uma “conta”, pois a solução do problema também trazia informações de um acontecimento real, reforçando a ideia de que a Modelagem Matemática possibilita relacionar os conteúdos de Matemática com situações contextualizadas.

# REFERÊNCIAS

ARAÚJO, M. A.; MOCROSKY, L. F. **A educação de jovens e adultos: o ensino da geometria analítica com as tecnologias da informação e comunicação**. In: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. Paraná: Secretaria Estadual de Educação, 2013.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na sala de aula**. In. VIII encontro nacional de educação matemática. Recife. 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BELTRÃO, Maria Eli Puga. **Ensino de cálculo pela Modelagem Matemática e aplicações: teoria e prática**. 2009. 323f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensinoaprendizagem.** 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação.Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

________. **Formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com modelagem matemática**. Pró-Mat. Paraná, Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998

________. **A modelagem matemática e a sala de aula**. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – I EPMEM. Anais ... Londrina, 2004.

**CHEIN, Flávia.** Introdução aos modelos de regressão linear: um passo inicial para compreensão da econometria como uma ferramenta de avaliação de políticas públicas**. Brasília: Enap, 2019.**

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**.17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FILHO, Dalson Figueiredo *et al*. **O que Fazer e o que Não Fazer com a Regressão: pressupostos e aplicações do modelo linear de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO)**. In: Revista Política Hoje, Vol. 20, n. 1, p. 44 – 99, 2011.

HOFFMANN, Rodolfo. **Análise de regressão: uma introdução à econometria**. Piracicaba: ESALQ/USP, 2015.

LEITE, M. D. **Design da interação de interfaces educativas para o ensino de matemática para crianças e jovens surdos**. Recife: O autor, 2007.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

SANTOS, R.E.S.; MAGALHÃES, C.V.C.; FERNANDES, B.J.T. 2009. **Matemáquina - Desenvolvimento de Software Educacional de apoio à Matemática**. In: Iº Encontro Regional de Tecnologias e Negócios, UFRPE/UAST, Pernambuco, Brasil.

TEXEIRA, A. C. e BRANDÃO E. J. R. **Software Educacional: O Difícil Começo**. 2003. In: Novas Tecnologias na Educação. v. 1, Nº 1, pag. 1 - 7, 2003.

## SOBRE O(A/S) AUTOR(A/S)

**Jonathas Maycon dos Reis Almeida**

Mestrando, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB); UFRB-Brasil; Programa de Pós-Graduação em Educação Cientifica, Inclusão e Diversidade; Participa do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Diversidade (GEPED) e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação do Campo (GEPEAMEC). E-mail: jmdralmeida@gmail.com

**Ariston de Lima Cardoso**

Doutor em Geociências (IGEO/UFBA), com pós-doutorado pela Universidade Aberta de Portugal. Mestre em Física, Bacharel e Licenciado pela Universidade Federal da Bahia. Professor Adjunto na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Tem experiência em gestão acadêmica e administrativa de cursos de graduação, tecnológico e pós-graduação, superintendência e coordenação de programas nacionais e institucionais. Em pesquisa atua na área interdisciplinar das tecnologias educacionais e robóticas, além de projetos em desenvolvimento na área das geotecnologias aplicadas a área ambiental e agricultura através de veículos aéreos não tripulados, sendo líder do grupo CNPq do grupo de Tecnologias Educacionais, Robótica e Física (G-TERF). Extensão na área de museus científicos, feiras de ciência e programas de formação social através da educação digital. Em ensino, atua como professor multidisciplinar da física, geotecnologias, matemática e educação digital. E-mail: ariston@ufrb.edu.br