



**UM MODELO TEÓRICO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO  
DE PROPORCIONALIDADE A PARTIR DE UM ESTUDO DO CONCEITO COM  
PROFESSORES DO PROFMAT<sup>1</sup>**

Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti<sup>2</sup>

**INTRODUÇÃO**

É possível identificar, na literatura, pesquisas que apontam uma especificidade no trabalho do professor de matemática, ou seja, no ofício de ensinar matemática, diferenciando esse profissional dos demais, inclusive do próprio matemático (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; DAVIS; RENERT, 2014).

Algumas dessas pesquisas têm apontado o trabalho *com* e *entre* os professores como o meio de caracterizar uma matemática específica da ação do professor (TOWERS; MARTIN, 2009; DAVIS; RENERT, 2014). Não há um formador ou pesquisador que direcione o trabalho, mas um grupo que, pautado pela compreensão coletiva e pelo compartilhamento das ideias, se engaja para investigar a matemática que se usa e pode ser usada para o ensino.

A matemática específica da ação do professor, ou mobilizada na sua tarefa *de* e *como* ensinar, pode ser compreendida como matemática para o ensino (DAVIS; RENERT, 2009, 2014). Neste resumo compreendemos *matemática para o ensino* como um modelo teórico que captura uma diversidade de modos de ensinar um conceito matemático, o qual pode ser rerepresentado por meio de uma estrutura teórica que organiza algumas formas de ocorrência.

Inspirados em Sfard (2008), entendemos *conceito* como sendo realizações associadas ao nome que o designa ou pode designar, e *realizações*, como formas de comunicar um conceito. A comunicação ocorre por meio da fala, escrita, símbolos, ícones, gestos ou objetos concretos (SFARD, 2008). Focalizamos as realizações do conceito de

1 Este trabalho é resultado de parte da pesquisa de doutorado em Educação da autora, cuja orientação foi feita pelo Professor Jonei Cerqueira Barbosa.

2 Doutora em Educação (2016) pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professora Assistente da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Tem experiência na área de Educação Matemática, cujas pesquisas são em Psicologia da Educação Matemática, Alfabetização Matemática, Análise de Erros e Matemática para o Ensino. Atua na formação de professores de matemática. Endereço eletrônico: robertamenduni@yahoo.com.br



proporcionalidade comunicadas pela fala e pela escrita de um grupo de professores da educação básica, o PROFMAT - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional –, campus de Vitória da Conquista, na UESB.

Sendo assim, o objetivo foi *construir um modelo teórico de Matemática para o ensinodo conceito de proporcionalidade a partir de um grupo de professores da educação básica.*

## METODOLOGIA

Reunimos 8 professores e fizemos 08 encontros de 3h cada um. O nível escolar de atuação variava entre ensino fundamental II e ensino médio. Desses professores, 06 eram licenciados em matemática, 01 em ciências com habilitação em matemática e o outro era pedagogo. Os nomes que apresentamos não são fictícios, pois preferiram manter a identificação.

Apropriamo-nos do Estudo do Conceito – EC (DAVIS; RENERT, 2014) como uma estratégia metodológica para a produção e análise dos dados, bem como para a modelagem teórica de uma matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade, aqui compreendida como um modelo teórico que retrata diferentes realizações desse conceito na educação básica. Partindo da comunicação entre e com professores, foi possível fazer a identificação e, por conseguinte, constituímos uma matemática para o ensino do referido conceito, a partir do EC. Com isso, caracterizamos a pesquisa como empírica e empregamos o método qualitativo para o seu desenvolvimento (JOHNSON; CHRISTENSEN, 2012).

A primeira ênfase do EC se referiu às *realizações* dos participantes da comunicação. À medida que as analisávamos, conforme rotinas se aproximavam, delineávamos a segunda ênfase, constituída pelos *cenários*, produzidos segundo as regras de realização que os fundamentavam e as metarregras que os descreviam. De acordo às regras no modo de usar o conceito, seja por palavras seja por recursos visuais como, por exemplo, gráficos, tabelas, desenhos, símbolos algébricos, ícones (SFARD, 2008), delimitávamos os cenários. A terceira ênfase, os *vínculos*, foi gerada entre as realizações agrupadas no mesmo cenário, ou seja, vínculos entre as regras comunicadas.

A compreensão e, por conseguinte, a constituição do que são cenários e vínculos, nesse trabalho, se deram a partir da apropriação que fizemos de definições de Sfard (2008) como, por exemplo, rotina, metarregra e regra de realização. A rotina é um conjunto de



metarregras. As metarregras, por sua vez, são as regras que descrevem a estrutura das ações discursivas comunicadas pelos participantes. As regras de realização são aquelas que dão sustentação a estrutura das ações, ou seja, o que valida o uso de metarregra(s) em determinado cenário.

O material utilizado para a produção dos dados foram: 1) registros no diário de campo; 2) filmagens de todos os encontros, de cuja transcrição fizemos um recorte com foco nas realizações discutidas *pele e em grupo*; 3) registros escritos produzidos pelos professores; e 4) uma ficha utilizada para traçar o perfil desses profissionais.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresentaremos apenas alguns exemplos de realizações nos cenários, para maiores detalhes consultar a tese de Menduni-Bortoloti (2016). No primeiro cenário a rotina foi identificada como *razão*. No segundo, a rotina foi identificada como *igualdade entre razões*, cuja proporção é uma relação fundamental entre as grandezas. As rotinas são descritas pelas metarregras, considerando-se ou não a proporção. Ao contrário, no terceiro cenário, no qual a rotina é reconhecida como *taxa de variação de uma função*, tem-se na proporção ou no fator de proporcionalidade sua essência, cuja metarregra é encontrá-la.

*Proporcionalidade como razão*: De acordo com os enunciados falados ou escritos pelos professores, no que diz respeito à relação multiplicativa entre duas grandezas, foram apresentadas diferentes realizações para a razão. A primeira delas foi a **divisão proporcional**, quando as grandezas de natureza diferentes, mas relacionadas, referiram-se ao número de moedas e pães.

Problema 1	Realização do professor Radival (grifo nosso)
Dois pastores possuem 9 pães: o primeiro tem 4, e o segundo, 5. Aparece um caçador esfomeado e os três dividem entre si igualmente os 9 pães. O caçador paga sua parte, dando 8 moedas ao primeiro pastor e 10 ao segundo. Um dos pastores reclama desse pagamento, achando injusta a distribuição das moedas, dizendo que deveria receber mais do que recebeu. Quantas moedas cada um deve receber?	"Se eles <u>dividiram</u> em partes iguais, cada um comeu 3 pães; logo, o que tinha 5 deu 2 pães e o que tinha 4 pães deu 1 pão. Como o total de moedas pagas por 3 pães foi 18, cada pão custou 6 moedas; logo, quem deu um pão deveria receber 6 moedas e o segundo, 12 moedas, mantendo a <u>proporção</u> de $\frac{1}{2}$ , utilizada na entrega dos pães".

Figura 1: Problema 1 e realização do professor Radival Fonte: Dados selecionados do material produzido pelos participantes da pesquisa



Consideramos a realização do professor Radival (Figura 1) como uma divisão proporcional porque a metarregra que descreveu a ação do participante (professor) foi a repartição do número de moedas proporcionalmente ao que cada pastor deu de pães. A razão ou proporção pode ser compreendida como 1:2 (ou  $\frac{1}{2}$ ), o que equivale a receber 6 moedas por cada pão, logo 6 moedas para o primeiro pastor e 12 para o segundo.

A segunda realização para a razão ocorreu como **escala**, por meio de um operador chamado *fator de escala*, que “age em todas as dimensões [de uma figura, por exemplo] simultaneamente. Um operador reduz ou amplia através da operação de multiplicação [...]” (LAMON; 2006, p. 214, tradução nossa). A terceira realização foi como **porcentagem**. De acordo com Lamon (2006), a porcentagem é um tipo especial de razão, em que a segunda quantidade é sempre 100, como é o caso de  $35/100 = 35\%$ . A quarta realização para razão foi como **quotização proporcional**, que difere da divisão por já ter o número total de elementos de cada grupo, sendo necessário, apenas, encontrar o número de grupos (CYRINO et al., 2014). E a última realização para a razão identificada foi como **taxa**, em que uma das grandezas pode variar em função do tempo (LAMON, 2006; NCTM, 2010), como é o caso da vazão.

*Proporcionalidade como igualdade entre razões:* Na figura 2 podemos observar algumas das realizações, comunicadas por diferentes metarregras. O professor Radival justificou a igualdade entre duas razões pela semelhança de triângulos (regra de realização - os triângulos ABC e A'B'C' são equiláteros, portanto, semelhantes). Dessa forma, existe uma igualdade entre as razões – proporção –, permitindo que se obtenha o valor procurado. Essa mesma regra de realização é o que justifica a metarregra utilizada pelos professores Noreslei e Dario. O professor Eric também usou a proporção para caracterizar a igualdade entre duas razões, porém se fundamentou na semelhança de figuras.

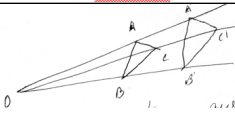

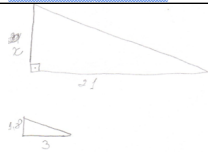
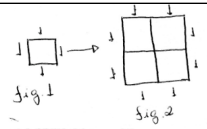
a) Realização do Professor Radival	b) Realização do Professor Noreslei	c) Realização do Professor Dario	d) Realização do Professor Eric
 $\frac{2}{3} = \frac{1,5}{B'A'}$	 $\frac{x}{120} = \frac{8}{6}$	 $\frac{x}{1,8} = \frac{21}{3}$	 $\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$

Figura 2: Realizações do conceito de proporcionalidade na atividade disparadora.

*Proporcionalidade como taxa de variação de uma função:* “Duas grandezas são proporcionais quando uma variação na primeira implica uma variação na segunda [...]”



(Professor Alan). Na narrativa, há uma relação de proporcionalidade e essa relação pode vincular-se a função. No caso da relação - diretamente proporcional -, Lima e colaboradores (2006, p. 93) explicam que “a grandeza  $y$  é diretamente proporcional à grandeza  $x$  quando existe um número  $a$  (chamado *constante de proporcionalidade*), tal que  $y=ax$  para todo valor de  $x$ ” (destaque do autor). A constante de proporcionalidade, representada pela letra  $a$ , nem sempre é destacada nas situações-problema.

## CONCLUSÕES

Diante da identificação de diferentes realizações para o conceito de proporcionalidade, o modelo sugere que: a) proporcionalidade realizada como razão foi comunicada como divisão e quotização proporcionais, escala porcentagem ou taxa; b) proporcionalidade realizada pela igualdade entre razões foi comunicada como proporção por meio da regra de três e c) proporcionalidade também pode ser comunicada como função linear.

**Palavras-chave:** Matemática para o ensino. Estudo do conceito. Proporcionalidade.

## REFERÊNCIAS

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**. v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

CYRINO, M. C. C. T.; GARCIA, T. M. R.; OLIVEIRA, L. M. P. de; ROCHA, M. R. da. **Formação de Professores em Comunidades de Prática: frações e raciocínio proporcional**. Londrina: UEL, 2014.

DAVIS, B.; RENERT, M. Mathematisc-for-Teaching as shared dynamic participation. **For the Learning of Mathematics**, Publishing Association: Canada, v. 29, n. 3, p. 37- 43, 2009.



\_\_\_\_. **The Math Teachers Know:** profound understanding of emergent mathematics. NY: Routledge, 2014.

JOHNSON, B.; CHRISTENSEN, L. **Educational research:** quantitative, qualitative, and mixed approaches. Thousand Oaks: Sage, 2012.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for understanding:** essential content knowledge and instructional strategies for teachers. New Jersey e London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 2006.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio.** Coleção do Professor de Matemática. 9. ed. RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria.** Coleção do Professor de Matemática. 4. ed. RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2009.

MENDUNI-BORTOLOTTI, R. D. **Um Estudo sobre Matemática para o ensino de Proporcionalidade.** 2016. 142 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2016.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions & Proporcional Reasoning for teachingmathematics in grades 6-8.** USA: NCTM, 2010.

SFARD, A. **Thinking as communicating:** human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge: University Press, 2008.

TOWERS, J.; MARTIN, L. The emergence of a 'better' idea: preservice teachers' growing understanding of mathematics for teaching. **For the Learning of Mathematics,** Publishing Association: Canada, v. 29, n. 3, p. 44- 48, 2009.