



UTILIZAÇÃO DE ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA EM SALA DE AULA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Leonardo Martins do Nascimento
(UESB)

Maria Deusa Ferreira da Silva²
(UESB)

RESUMO

Este artigo trata-se de uma comunicação científica sobre nossa pesquisa de dissertação de mestrado, desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) e realizada com alunos do ensino médio, no último semestre de 2014. Buscando mostrar a importância da utilização de procedimentos de investigação histórica em sala de aula, como forma de motivação para os alunos em relação ao ensino do conteúdo de trigonometria, apresentamos um conjunto de atividades, levando-os a percorrerem os primeiros passos na construção das tábuas de cordas de Ptolomeu e Copérnico, e a relacioná-las com a tabela trigonométrica do seno. Para tal, elaboramos uma sequência metodológica distribuída em três momentos distintos, que permitiram, através de questionários e de um bloco de atividades, a coleta de dados e anotações para análise. Na realização de atividades de reconstrução das tábuas de cordas, além de outros materiais didáticos utilizamos o Geoplano Circular Dinâmico (GCD), por nós idealizado e construído para auxiliar o aluno na busca de resultados e levantamento de hipóteses. Diante das respostas, das interações e discussões estabelecidas no decorrer das atividades, percebemos que essa abordagem histórica propiciou uma reformulação de conceitos e redescoberta por parte dos alunos, contribuindo para a consolidação do conhecimento sobre trigonometria. Com esse estudo, entendemos que é possível mostrar aos alunos uma visão de que o ensino de trigonometria não se resume apenas em conhecer e aplicar as fórmulas e tabelas trigonométricas, que é importante conhecer o seu desenvolvimento e dar significado ao seu estudo, principalmente por meio de uma percepção histórica.

PALAVRAS-CHAVE: trigonometria; tábua de cordas; Ptolomeu.

¹ Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UESB, CAPES, leonardomartins967@gmail.com

² Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UESB, CAPES, mariadeusa@gmail.com.



INTRODUÇÃO

Como participantes da turma de 2013 do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), oferecido pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), realizamos atividades da disciplina Tópicos de História da Matemática em 2014, durante as quais chamou-nos a atenção a evolução das tabelas trigonométricas, mais especificamente a tabela de senos, que originou-se das tábuas de cordas desenvolvidas a partir dos trabalhos de Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.), passando por Ptolomeu (90-168) até Copérnico (1473-1543).

Desse modo, ao fazermos a pesquisa para obtenção de créditos nessa disciplina, foi possível perceber várias situações em que se poderia aplicar a história da matemática, como por exemplo, utilizar o desenvolvimento histórico da matemática como um recurso didático, através de atividades que buscassem nos textos históricos uma possibilidade de reconstrução do desenvolvimento de tópicos da trigonometria. Após a conclusão do trabalho, entendemos que tínhamos um campo fértil para desenvolver uma dissertação que abordasse a construção das tábuas de cordas, que deram origem à tabela de seno conforme estudamos hoje. Ainda vimos a possibilidade de utilizar a investigação matemática como uma metodologia aliada ao uso da história na construção de um conjunto de atividades de ensino.

Assim, a proposta para o presente trabalho tem como objetivo despertar para o uso da história da matemática, em aulas investigativas, como um recurso didático para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Para tanto, apresentamos um conjunto de atividades voltadas para estudantes do ensino médio, traçando o caminho histórico da evolução do conhecimento matemático, em especial a trigonometria, por meio de atividades investigativas, refazendo a construção das tábuas de cordas de Ptolomeu e Copérnico.



Portanto, neste trabalho buscamos responder ao seguinte questionamento: De que forma o uso da histórica da matemática e de aulas investigativas, por meio de reconstrução das tabelas trigonométricas, pode propiciar uma aprendizagem significativa?

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Diante de diversos pressupostos defendidos por estudiosos no campo da Educação Matemática acerca da utilização das atividades investigatórias baseadas na história da Matemática, concordamos com a ideia da “utilização de uma proposta de ensino que crie possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem dos estudantes no que se refere à sua formação matemática.” (MENDES, 2009a, p.12)

Buscamos uma proposta que valorize a interação entre aluno e professor, aluno e o conhecimento a ser construído, utilizando-se de atividades contextualizadas, que forneçam objetos para investigação e propicie momentos em que o aluno possa reconstruir o percurso dos construtores desse conhecimento. Durante esse processo de ensino-aprendizagem envolvendo uma atividade investigatória sobre a história da Matemática pensamos ser válida a utilização de procedimentos metodológicos envolvendo materiais manipuláveis, que coloquem o aluno diante de situações concretas e o permitam construir seu próprio conhecimento, gerando uma aprendizagem significativa para ele.

Segundo Mendes (2009b), a Educação Matemática, como área de estudos e pesquisas, traz como uma de suas finalidades principais estudos para desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino de matemática. Estudos esses que buscam oferecer subsídios teóricos-metodológicos que permitam ao educando e educador superarem as dificuldades encontradas durante o processo ensino-aprendizagem de Matemática, que no presente trabalho trata-se do ensino de trigonometria.



Mendes (2009b, p.25) também faz referência a uma tendência metodológica em Educação Matemática sobre a utilização de materiais concretos em sala de aula. Segundo esse autor, o uso de materiais concretos se torna uma ampla alternativa didática, contribuindo para a realização de intervenções do professor em atividades que permitem ao aluno a redescoberta de estruturas matemáticas e o tornem um ser ativo para construir seu próprio conhecimento matemático.

Desta forma, perseguimos como foco principal, na idealização de um material concreto para o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de trigonometria, a busca por um recurso didático que ajudasse o professor a tornar efetiva e significativa a aprendizagem do aluno.

Segundo Lorenzato (2006, p.4), diversos educadores ressaltaram, nos últimos séculos, a importância da utilização de objetos de apoio visual ou visual-tátil como facilitadores no processo de ensino-aprendizagem, onde “cada educador, a seu modo, reconheceu que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem”, evidenciando assim o papel relevante que um material manipulável pode ser capaz de realizar na aprendizagem do aluno em sala de aula.

Para Nacarato (2005), a sala de aula apresenta uma complexidade que não pode ser subjugada, pelo contrário, esse fato permite ao professor, em seu planejamento, escolher a melhor tendência para o ensino do conteúdo, não necessariamente única, bem como utilizar de materiais diversos. Concordamos com essa autora quando afirma que a utilização de materiais manipuláveis pode perpassar qualquer uma das tendências didático-pedagógicas para se trabalhar em contextos de significação, como o de história, dentre outras.

METODOLOGIA

O presente trabalho busca mostrar a importância da utilização de procedimentos de investigação histórica em sala de aula, como forma de motivação para os alunos em relação ao ensino do conteúdo de trigonometria. Para isso,



utilizamos de observações do comportamento e das reações dos envolvidos no processo ensino-aprendizagem dentro da sala de aula, bem como do registro dessas interações, dos relatos e entrevistas que serão fundamentais para a validação do estudo, o que exige uma relação de proximidade entre o pesquisador e o pesquisado. O aluno, com suas ideias e questionamentos, é levado a expressar-se como sujeito participativo em todo o nosso processo de pesquisa, onde seus discursos e narrativas serão objetos de estudo para o pesquisador sobre a construção de significados.

Nessa perspectiva, ao definirmos a metodologia de pesquisa a ser utilizada no presente trabalho, percebemos que este se configurou como uma pesquisa de abordagem qualitativa, na qual

[...] privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos, etc. (BICUDO, 2013, p.117)

Dentro dessa abordagem qualitativa, a presente pesquisa utiliza a metodologia da pesquisa-ação, tendo em vista que o pesquisador procura uma melhoria em sua prática de ensino apresentando uma proposta de enfoque histórico para o ensino de trigonometria. Segundo Moreira (2011, p. 92), o objetivo dessa metodologia é a melhoria das práticas e da compreensão de situações por meio da colaboração de todos os envolvidos no processo investigativo.

Os sujeitos do presente trabalho são os 30 (trinta) alunos do 3º ano do Ensino Médio, turma A-2014, da Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues, localizada no município de Montes Claros/MG, na qual o pesquisador lecionou a disciplina de Matemática. A nossa opção por desenvolver os trabalhos nessa turma do 3º ano, se baseou também no fato de ser previsto o ensino de trigonometria nessa etapa do ensino, pois, seguindo as orientações da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG), no planejamento anual para a disciplina de



Matemática em 2014, a equipe de professores da escola optou por distribuir aquele conteúdo nas três séries do ensino médio.

Dessa forma, apesar do tópico que trata das razões trigonométricas no triângulo retângulo figurar como parte do conteúdo a ser desenvolvido no 1º ano do ensino médio, o planejamento previa o ensino no 3º ano das funções trigonométricas, como conteúdo complementar. Sendo assim, o trabalho desenvolvido serviria como uma revisão dos conhecimentos adquiridos e como uma introdução ao conteúdo a ser ensinado.

Para um bom desenvolvimento dos trabalhos, utilizamos como instrumentos para a coleta de dados questionários e atividades dirigidas, feitas em sala de aulas com discussões com toda a turma, sendo devolvidas pelos alunos ao professor pesquisador.

Os instrumentos utilizados foram elaborados e propostos com o objetivo de fornecer os dados necessários para uma posterior análise dos qualitativos envolvidos no trabalho. Esses instrumentos permitiram a expressão de opiniões e também a observação de aspectos fundamentais das inter-relações envolvidas em atividades em sala de aula.

Essas observações das interações, dos questionamentos, das mudanças de comportamento frente ao conteúdo estudado foram possíveis diante do contexto criado pelas atividades dirigidas e pela utilização do material didático manipulável, desenvolvido para a utilização nas atividades propostas.

Durante a definição da metodologia que seria utilizada no desenvolvimento do tema escolhido para a presente dissertação, optamos por incluir a utilização de materiais didáticos manipuláveis nas atividades em sala de aula. Dessa forma, idealizamos um geoplano circular dinâmico (GCD) conforme ilustra a Figura 1, que permitiria variar principalmente o tamanho da corda de um arco de circunferência. A partir desse momento, iniciamos o desenvolvimento e a construção do GCD como parte desta dissertação.



O Geoplano Circular Dinâmico (GCD) é um material didático para ser manipulado pelo aluno ou grupo de alunos, auxiliando na redescoberta de conceitos geométricos e na previsão de resultados.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Para o desenvolvimento dos trabalhos nesse nível de ensino, elaboramos uma sequência metodológica distribuída em três momentos distintos: Inicialmente aplicamos um questionário para coleta de opinião e em seguida apresentamos um breve resumo da evolução da trigonometria, destacando o percurso histórico para a construção das tábuas de cordas.

Em um segundo momento, realizamos quatro atividades visando a reconstrução das tábuas de cordas e a relação com a tabela do seno, onde utilizamos além de outros materiais didáticos, o GCD. As atividades foram realizadas em dias e horários distintos, no período de outubro a novembro de 2014.

Finalizando os trabalhos, foi apresentado um questionário para a coleta de opiniões acerca das atividades realizadas, contendo ainda questões de verificação de aprendizagem. Houve um espaço para uma discussão sobre a proposta apresentada, sobre o desenvolvimento das atividades e a utilização do material didático GCD.

As respostas dos alunos aos dois questionários foram objetos de análise posterior, subsidiando o desenvolvimento dos trabalhos bem como propiciando momentos de reflexão para ações futuras.

Para construir uma tabela de seno, partimos de uma sequência de quatro atividades, baseadas nos trabalhos de Mendes (2010), as quais tiveram a finalidade de levar o aluno a perceber a equivalência entre o conceito de comprimento de corda de um ângulo central e o seno da metade deste mesmo ângulo, perfazendo assim o caminho histórico da construção desse conhecimento. Essas atividades



foram adequadas à utilização do material didático manipulável GCD, e foram aplicadas em dias distintos.

RESULTADOS DA PESQUISA

Na análise do primeiro questionário, percebemos que a história da trigonometria ainda era desconhecida pela maioria dos alunos. Em particular, como se trata no presente caso de uma turma do 3º ano, verificou-se que esses alunos tiveram contato com o conteúdo de trigonometria sem, no entanto, ter sido dado enfoque aos seus aspectos históricos.

De acordo com Mendes (2006, p. 83) a história da matemática é pouco explorada nos livros didáticos utilizados por professores e alunos no sistema educacional brasileiro, muitas vezes figurando apenas informações sobre figuras e alguns acontecimentos históricos desnecessários à construção do conhecimento do estudante.

Nos resultados obtidos no primeiro questionário encontramos diversos elementos que reforçaram a nossa ideia de utilização da investigação histórica como recurso pedagógico, compactuando com a ideia de que

Podemos, portanto, argumentar favoravelmente a respeito da inserção dos aspectos históricos nas aulas de matemática, considerando que a geração de conhecimentos por meio da investigação histórica pressupõe um estudo sobre o desenvolvimento histórico-epistemológico de um tópico da matemática, seguido de uma transposição adaptativa para as condições didáticas de uso em sala de aula, de modo a exercer uma ação cognitiva na aprendizagem dos alunos. (MENDES, 2006, p. 105)

Os aspectos cognitivos envolvidos na aprendizagem dos alunos foram perceptíveis na análise das observações, resultantes de apontamentos e coleta de dados durante a realização das atividades de investigação histórica para reconstrução das tábuas de cordas. Observando os comportamentos, as interações



e os relatos dos alunos durante o desenvolvimento das atividades, percebemos uma grande motivação e a redescoberta dos conceitos que envolvem as razões trigonométricas, diante do enfoque histórico dado ao conteúdo.

Nas atividades de reconstrução das tábuas trigonométricas que envolveram o uso do GCD, conforme ilustra a Figura 2, percebemos um grande interesse dos alunos, os quais procuraram representar todas as construções geométricas propostas, além de levantar hipóteses de como seriam os passos para se construir outras não contempladas nas atividades.

De acordo com relatos dos alunos, a manipulação do material didático facilitou a redescoberta de conceitos geométricos e os ajudou a entender melhor as relações entre elementos da circunferência e de polígonos inscritos. Compreendendo satisfatoriamente essa etapa, onde se buscou relacionar o lado de um polígono inscrito com a corda de um ângulo central, os alunos não tiveram grandes dificuldades em preencher as tabelas, conforme ilustra a Figura 3, primeiramente com dados experimentais e em seguida com dados obtidos através de procedimentos geométricos.

As atividades possibilitaram que os alunos relacionassem a corda de um arco com o seno da metade do ângulo, conforme a Figura 4. As constatações efetuadas por eles, segundo relatos, deram um significado aos conhecimentos que já possuíam acerca das razões trigonométricas.

Na visão dos alunos, de acordo com a análise do segundo questionário, é interessante a utilização da investigação histórica no ensino de Matemática e isso os auxiliam na aprendizagem de temas como a trigonometria. Foram unânimes ao afirmarem que são favoráveis à utilização do GCD, o qual acharam interessante, tendo auxiliado na aprendizagem, e estenderam essa opinião ao uso de outros materiais manipuláveis em sala de aula.



CONCLUSÕES

Acreditamos que trabalhar uma atividade sobre trigonometria em sala de aula, a partir de um processo de investigação e recriação da história da Matemática, é uma forma de permitir ao educando refletir sobre as estratégias cognitivas criadas e utilizadas na construção desse conhecimento, dando a ele subsídios para a compreensão do “quê” e do “porquê” referentes ao conteúdo estudado.

Diante das interações e discussões estabelecidas no decorrer das atividades, constatamos um grande envolvimento dos alunos, e acreditamos ter proporcionado aos mesmos uma visão de que o ensino de trigonometria não se resume apenas em conhecer e aplicar as fórmulas e tabelas trigonométricas, que é necessário dar significado ao que está sendo estudado, principalmente por meio do conhecimento da evolução desse campo da matemática por uma percepção histórica.

Após esse trabalho, estamos convictos de que a da história da matemática deve ser utilizada como forma de dar significado à aprendizagem dos alunos, por meio de atividades que permitam a eles confrontarem as formas como o conhecimento foi concebido e como é apresentado atualmente.

Pelas observações feitas durante as atividades e por meio de relatos, os alunos nos passaram uma confirmação de que a utilização do material manipulável GCD facilitou a compreensão de vários conceitos, além de permitir a construção de formas geométricas para auxiliá-los na resolução das atividades.

Nesse aspecto, percebemos que o GCD permitiu com que alcançássemos os objetivos propostos para sua utilização, se mostrando o excelente recurso didático, que pode auxiliar o professor em atividades como as expostas nesse trabalho, além de outras que envolvam a circunferência e seus elementos, na abordagem de conteúdos de geometria e trigonometria.



REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica.** In: BORBA, M.C., ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sérgio. *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.* Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.
- MENDES, I. A. **A história como um agente de cognição na educação matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.
- MENDES, I. A. (a) **Investigação histórica no ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.
- MENDES, I. A. (b) **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** Ed. rev. e aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- MENDES, M. J. de F. **Possibilidades de exploração da história da ciência na formação do professor de matemática: mobilizando saberes a partir da obra de Nicolau Copérnico: De Revolutionibus Orbium Coelestium.** 2010. 193 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.
- MOREIRA, M. A. **Metodologias de pesquisa em ensino.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto.** Revista da Educação Matemática. São Paulo: SBEM, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6. 2004-2005.