



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

### UM ESTUDO SOBRE MÉDIA ARITMÉTICA NA CONCEPÇÃO DE PROFESSORES

Marcos Antonio Santos de Pinho\*  
(Universidade de Santiago de Compostela)

José Antonio Cajaraville Pegito\*\*  
(Universidade de Santiago de Compostela)

Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão\*\*\*  
(UESB)

#### RESUMO

A presente comunicação tem por objetivo refletir sobre as concepções de professores a respeito do conteúdo *média aritmética*. Dez professores da educação básica de seis colégios da rede pública e particular da cidade de Salvador-Bahia participaram do estudo. Para a coleta de dados aplicamos um questionário contendo dezenove questões. Para este relato trazemos a análise da primeira questão: *Como você conceitua ou define média aritmética?* À luz do Enfoque Ontosemiótico (EOS) desenvolvido por Godino e Batanero (1994, 1998) entre outros, que considera o significado dos objetos matemáticos desde uma perspectiva institucional e pessoal, analisamos os recursos lingüísticos, conceituais e argumentativos, explicitados pelos professores no questionário a fim de refletir sobre suas concepções.

**PALAVRAS-CHAVE:** Média aritmética; Ensino de estatística.

---

\*Professor de Estatística e aluno do programa de doutorado em Didática de Matemática da Universidade de Santiago de Compostela, Espanha. E-mail: gazpinho@click21.com.

\*\*Co-orientador do aluno. Professor Doutor do Departamento de Didática das Ciências Experimentais e da Matemática da Universidade de Santiago de Compostela- Espanha. E-mail: ja.cajaraville@usc.es.

\*\*\*Co-orientadora do aluno. Professor Doutor do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). E-mail: santiania@bol.com.br.



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

### **INTRODUÇÃO**

A respeito das investigações na área de ensino da Estatística, existem vários estudos sobre o desenvolvimento cognitivo, as concepções de ensino e os processos de aprendizagem. É nesse sentido que muitos outros estudos começam a ser efetivados e, aos poucos, essa temática assume um papel importante e avança na direção das discussões que se relacionam com a instrução. A investigação representa uma visão universal, que contempla a multidisciplinaridade do conhecimento numa perspectiva de contribuir para formação do estudante na compreensão de conceitos e definições sobre Estatística (COBO, 1998, 2002). Todavia, estudos revelam que a área de Estatística ainda carece de mais investigações, principalmente no que diz respeito às concepções de ensino (GODINO E BATANERO, 1994; GODINO, 2002; GODINO, BATANERO E ROA, 2005; CONTRERAS, FONT, LUQUE E ORDOÑES, 2005; GODINO, CONTREAS E FONT, 2006; entre outros). Em linhas gerais, o que desejamos é refletir sobre as concepções de professores, que ministram em suas disciplinas conteúdos da estatística, a exemplo de média aritmética e, a partir daí, discutir como este conteúdo se relaciona com as ações do cotidiano e em que condições são interpretados esses conhecimentos, considerando as relações com valores ou dados.

### **Marco Teórico**

Construímos o nosso marco teórico tendo como referência o Enfoque Orosemiótico (EOS), que considera o significado dos objetos matemáticos desde três perspectivas: pragmática, antológica e semiótica, (GODINO E BATANERO, 1994;



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

GODINO, 2002; GODINO, BATANERO E ROA, 2005; CONTRERAS, FONT, LUQUE E ORDOÑES, 2005; FONT E RAMOS 2005; GODINO, CONTREAS E FONT, 2006), entre outros. É pragmático ao propor uma formulação do significado dos objetos matemáticos que assume os pressupostos da epistemologia pragmática: “as categorias opostas de sujeito e objeto passam a um segundo plano, ao atribuir a estas um estatuto derivado, e cedem seu lugar privilegiado a categoria de ação” (FAERNA, 1996; p. 14). É antropológico, já que seu principal objeto de estudo é o homem aprendendo em instituições escolares, e a matemática é o resultado de uma construção social realizada em diferentes instituições. E é semiótico porque atribui um papel central aos recursos expressivos utilizados na atividade matemática. O EOS tem como preocupação a valorização da identidade do texto matemático e aprecia a representatividade dos significados institucionais - idoneidade epistêmica- (GODINO, FONT E WILLHEMI, 2006). Na área de Ensino da Estatística, o EOS valoriza, de forma geral, a importância dos conteúdos da matemática, no processo de ensino-aprendizagem, levando sempre em conta “Teorias das Configurações Didáticas”, que são usadas para avaliar o raciocínio matemático (GODINO, CONTRERAS e FONT, em prensa). Dentre as entidades matemáticas consideradas nas configurações didáticas, construídas pelos autores, utilizaremos neste estudo as entidades *linguagem*, *conceitos e argumentos*, visando uma melhor compreensão do conceito de média aritmética. Nesse sentido, ressaltamos:

el problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? (GODINO, 2006 p. 418).

### **Procedimentos metodológicos**

Tomamos como base para o desenvolvimento das análises, elementos do EOS, que se preocupa com a valorização da identidade do texto matemático e que aprecia a representatividade dos significados institucionais -idoneidade epistêmica- (GODINO, FONT E WILLHEMI, 2006). É dessa forma que avaliamos a existência do significado institucional e pessoal dos objetos matemáticos (GODINO E BATANERO, 1994; 1998), que leva em conta o papel do conhecimento matemático e considera os aspectos das práticas operativas e discursivas apresentadas por cada indivíduo.

Nosso instrumento de coleta de dados foi um questionário contendo dezenove questões sobre média aritmética e foi aplicado a dez professores da educação básica de seis colégios da rede pública e particular da cidade de Salvador-Bahia. Para as análises utilizamos como referência a técnica semiótica já desenvolvida pelo EOS, considerando os seguintes aspectos: a dimensão da linguagem, do conceito e do argumento. Para esta comunicação tivemos a preocupação de examinar as respostas dos professores dadas à primeira questão: *Como você conceitua ou define média aritmética?*

Os procedimentos de análise envolveram a realização de leituras pormenorizadas de todas as respostas à primeira questão do questionário. A partir daí foram elaborados quadros comparativos das respostas dos professores, possibilitando a caracterização de cada uma das respostas apresentadas.



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

### Análise e discussão

Para esta comunicação apresentamos parte das análises das respostas dada a primeira pergunta do questionário, que versa sobre o conceito de média aritmética. Inicialmente levaremos em conta a dimensão epistêmica e cognitiva (GODINO, J. D., RECIO, A. M., ROA, R., RUIZ, F. E PAREJA, J. L., 2006) que tem como intenção inferir sobre os sistemas de práticas matemáticas manifestadas pelos professores nas suas respostas, considerando o papel do conhecimento matemático e a existência do significado institucional e pessoal dos objetos matemáticos (GODINO E BATANERO, 1994; 1998). Assim nas análises buscamos indagar de que forma os principais elementos da configuração epistêmica se apresentam para determinar possíveis recursos, que indiquem a solução de problemas sobre média aritmética e, nesse sentido as foi possível observar que as respostas traduzem uma variedade de requisitos semióticos e diferentes tratamentos para o mesmo conteúdo, o que demonstra entendimentos diferenciados sobre o conceito de média aritmética.

Apresentamos, a seguir, em sua íntegra, as respostas que compuseram as nossas análises, que nos permitiram observar a valorização da idoneidade epistêmica, detectadas na linguagem e nos conceitos e argumentos apresentados nas respostas dos professores.

#### *Valorização da idoneidade epistêmica detectados na linguagem*

Professor A

1- Como você conceitua ou define média aritmética?
Uma medida de tendência central.

VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

Professor B

1- Como você conceitua ou define média aritmética?  
 É a razão entre a soma de um grupo de dados pela quantidade dos mesmos.

Professor D

1- Como você conceitua ou define média aritmética?  
 É O VALOR DO PONTO QUE SE LOCALIZA NO CENTRO DOS DADOS. ELA É A SOMA DAS OBSERVAÇÕES DIVIDIDA PELO NÚMERO DE OBSERVAÇÕES

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ OU } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Professor E

1- Como você conceitua ou define média aritmética?  
 Somatório de n termos de um evento dividido pelo número de termos do evento

Professor G

1- Como você conceitua ou define média aritmética?  
 A soma de n itens de um evento, dividido pelo no de itens do evento

Para conceituar média aritmética o professor “A” faz uma interpretação para o conceito de média, tomando como referência uma definição comum nos livros didáticos do ensino médio, ou seja, faz uso de uma linguagem simplista; Já o professor “B” apresenta uma prática operativa ou discursiva que descreve média como sendo “(...) razão entre a soma de um grupo de dados pela quantidade dos mesmos”. Esta afirmação traz à luz aspectos da associação por meio da utilização de discursos



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

operativos da matemática, que, de alguma forma, enriquece o conceito de média, não sendo comum nas falas dos professores e nos livros e manuais didáticos. Segundo Cockroft (1985) são os livros textos que constituem uma ajuda inestimável para o professor no trabalho diário, que após boas experiências enriquece suas opiniões. A valorização de idoneidade epistêmica da abordagem na linguagem, também, é observada nas respostas dos professores “D”, “I” e “J”, que utilizam termos e expressões específicos e usuais da matemática para tratar de média aritmética, como cita o professor “D” *“localiza no centro”*, uma expressão tipicamente de domínio da linguagem da matemática e estatística. Em outra situação observamos a presença de algorítmicos e símbolos, como escreveu o professor “I” e “J” ( $\Sigma$  e  $X$ ), que descreve o conceito de média aritmética utilizado-se dos símbolos e algorítmicos da matemática e da própria estatística. Enfim, temos então, um elenco de respostas, que, de um modo geral, permite justificar a presença de vários conceitos sobre média aritmética.

### *Valorização da idoneidade epistêmica detectados na linguagem*

Professor A

(“ Uma medida de tendência central” )

Professor B

(“ É a razão entre a soma de um grupo de dados pela quantidade dos mesmos.” )

VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

Professor D

( “É o valor do ponto que se localiza no centro dos dados se ela é a soma das observações dividida pelo número de o  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$  ções” )  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

Professor I

1- Como você conceitua ou define média aritmética?  
*Média Aritmética de "n" números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ,  
 é o número  $\bar{x}$  tal que:  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$*

Professor J

1- Como você conceitua ou define média aritmética?  
*É O SOMATÓRIO DAS NÚMEROS DA SEQUÊNCIA  $x_1, x_2, \dots, x_n$   
 É DIVIDIDO PELO NÚMERO DE TERMOS DA SEQUÊNCIA.*  

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Os professores acabam descrevendo conceitos específicos mencionados por inúmeros manuais e livros didáticos utilizados no ensino médio nas escolas (COBO, 2003). Podemos observar tal fato nas respostas proporcionadas pelos professores, “A”, “I” e “J” que respectivamente responderam: “Uma medida de tendência central”; “... “n” números da seqüência  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , é o número de  $x$  tal que  $\bar{x} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots +$



VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

$\cdot x_n / n$ ”; “É o somatório dos números da seqüência  $x_1, x_2, \dots + \cdot x_n$ ,  $\frac{\sum = x_1, x_2, \dots + \cdot x_n}{n}$ ”. No entanto, sabemos que estas expressões comuns são termos específicos da matemática e estatística que requerem um conhecimento elementar sobre o assunto, o que, de alguma forma, torna a resposta dos professores muito simples e mecânica (CAI, 1995). Estas manifestações comuns na maioria das respostas dos professores denotam talvez uma restrição de conhecimento sobre os conceitos de média aritmética, ou seja, a falta de uma associação sobre conceitos prévios e o uso generalista na conceituação sobre média aritmética, quando fazem o uso de algorítmico que, muitas vezes, são do desconhecimento dos alunos e que podem influir negativamente no entendimento do conteúdo (TORMO 1993; BATANERO, 2000).

*Valorização da idoneidade epistêmica detectadas nos argumentos*

<p>Professor D</p> <p>( “É o valor do ponto que se localiza no centro dos dados se ela é a soma das observações dividida pelo número de observação</p> $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$
<p>Professor F</p> <p>1- Como você conceitua ou define média aritmética?</p> <p>SOMATÓRIO DE N TERMOS DIVIDIDOS PELO N° DE TERMOS DESSE MESMO EVENTO</p>



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

Nas respostas dos professores observamos a presença de justificativas técnicas e de propriedades presumíveis como descrito por Tormo (1993), como na resposta do professor “D”, que escreve: *“É o valor do ponto que se localiza no centro dos dados ...”, ou “... a soma das observações dividido pelo número de observações ...”*. Encontramos também situações com a presença de argumentos específicos como recurso na conceituação sobre média aritmética, a exemplo de como descrito na resposta do professor “F”: *“Somatório de  $n$  termos dividido pelo  $n^o$  de termos deste mesmo evento”*. “De acordo com Plackett (1970), os astrônomos tentaram resolver o problema do tempo de Ptolomeu. Foi, porém, Tycho Brache ao redor 1500 que apresentou para o uso o que nós sabemos hoje como a média aritmética, que é a soma dos valores de medidas diferentes e dividindo pelo número de dados” (BATANERO, 2000). São expressões estritamente aplicadas para argumentar quando se desejam soluções de problemas da matemática e aplicado na estatística e probabilidade. Sobre o uso restrito, entendemos que estes argumentos não são específicos e que, de alguma forma, podem fugir do rigor e não ajudam na possibilidade de argumentar, de forma unânime, sobre o conceito de média aritmética, que, nesse caso, exige características específicas.

### CONCLUSÕES

Os resultados dessa pesquisa são, todavia parciais e parecem confirmar os achados em outras investigações sobre o significado e compreensão das medidas de tendência central (BATANERO E COBO, 2000; WATSON, J. M. e MORITZ, J. B., 2000; COBO, 2003 dentre outros).

Os professores em estudo parecem abordar os termos, expressões e representatividade sobre média aritmética a partir de um conjunto de concepções



## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

que indicam a média como um valor central, ou valor de representatividade, ou seja, os professores chegam ao conceito de média ou a partir de uma definição ou por meio de um algoritmo de modo que esta situação não possibilita uma compreensão integral do conceito de média aritmética (BATANERO, 2000).

Apesar de a pesquisa estar ainda em fase inicial ela nos deu elementos para começar a distinguir os tipos de entidades matemáticas relacionadas ao conceito de média aritmética que podem estar envolvidas nas concepções de professores.

**REFERÊNCIAS**

- BATANERO, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58.
- CAI, J. (1995). Beyond the computational algorithm: Students' understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira (Ed.). *Proceedings of the 19th PME Conference* (v.3, pp.145-151). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- COBO, B. e BATANERO, C. (2000). La mediana en la educación secundaria ¿Un concepto sencillo? *UNO*, 24.
- CONTRERAS A., FONT, V., LUQUE, L. e ORDOÑEZ, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25 (2): 151-186.
- GODINO, J. D. e BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
- GODINO, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3): 237-284.
- GODINO, J. D., CONTRERAS, A. e FONT, V. (en prensa). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (aceptado).
- GODINO, J. D., BATANERO, C. e ROA, R. (2005). Análisis onto-semiótico de problemas combinatorios y de su resolución por estudiantes universitarios. (An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1): 3-36.



ISSN: 2175-5493

## VIII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

09 a 11 de setembro de 2009

---

- GODINO, J. D., RECIO, A. M., ROA, R., RUIZ, F. e PAREJA, J. L. (2006). Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas. Revista *Números*, nº 64 (Edición electrónica disponible en, <http://www.sinewton.org/numeros/>).
- GODINO, J. D., FONT, V. e WILHELMI, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (Especial): 133-156.
- TORMO, C. (1993). *Estudio sobre cuatro propiedades de la media aritmética en alumnos de 12 a 15 años*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Valencia.
- WATSON, J. M. e MORITZ, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1&2), 11-50.