



ISSN: 2175-5493

VII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

14 a 16 de novembro de 2007

AS EQUAÇÕES NOS MANUAIS DE TEXTOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO

Tânia Cristina R.S.Gusmão*
(UESB)

Humberto P. G. de Moura116**
(UESB)

RESUMO

Este estudo germina de um projeto maior que tem como meta estudar a problemática didática associada ao processo de aprendizagem da Álgebra na Educação Básica, desenvolvido no Museu Pedagógico Padre Palmeira. Fizemos um levantamento dos manuais de textos que estão sendo utilizados nas escolas do nosso município e deles começamos a analisar o tratamento que é dado à noção de equação sob a luz do Enfoque Ontosemiótico. As primeiras impressões nos levam a inferir que algumas das noções que envolvem o conteúdo equações podem ser consideradas “clássicas”: se definem conceitos (em alguns casos se supõem já conhecidos), se enunciam propriedades (muitas vezes sem justificá-las) e se trabalha com técnicas derivadas das fórmulas expostas. Observamos, entretanto, o interessante trabalho que se realiza combinando dois registros semióticos, em sua maioria, o algébrico e o geométrico.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de álgebra. Equação. Significados.

* Coordenadora do Projeto. Prof^a do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia –UESB. Dra. Em Didática da Matemática. Email: santiania@bol.com.br

** Professor colaborador. Ms em Estatística e Investigação Operativa. humbertogusmao@yahoo.com.br



ISSN: 2175-5493

VII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

14 a 16 de novembro de 2007

OBJETO DO ESTUDO

O raciocínio algébrico implica representar, generalizar e formalizar padrões e regularidades em qualquer aspecto da matemática. As dificuldades, erros e obstáculos de aprendizagem ligados aos processos de construção do conhecimento algébrico por parte dos estudantes da educação básica, constituem um tema de estudo de grande interesse para professores para identificar e descrever a problemática didática associada a ditos processos.

Neste estudo pretendemos estudar os objetos matemáticos (linguagem, situações, conceitos, procedimentos, propriedades e argumentos) que dizem respeito ao conteúdo de Equações nos manuais de textos de Matemática do Ensino Básico, utilizados nos centros públicos e particulares do Município de Vitória da Conquista, com vistas a reflexionar sobre a própria natureza de algumas das noções algébricas implicadas (variável, incógnita, equação, modelização matemática, etc...) no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra Elementar nesse nível de ensino.

REFERENCIAL TEÓRICO

O interesse pelo estudo das dificuldades que professores e alunos do ensino básico revelam no processo de ensino-aprendizagem da álgebra é notado, por exemplo, nos trabalhos de KIERAN E FILLOY (1989), KIERAN (1992), ROJANO (1994), KARRER E JAHN (2004) E RIBEIRO (2007). A problemática está latente e consideramos de interesse realizar contribuições ao seu estudo. As investigações sobre pensamento algébrico se circunscrevem a diferente marcos teóricos, dentre os quais destacamos:



O marco da psicologia cognitiva, que identifica fatores que influenciam sobre o ensino-aprendizagem da álgebra e sinala as conseqüências de considerar a álgebra como aritmética generalizada (KIERAN E FILLOY, 1989; KIERAN,1992).

O enfoque lingüístico, que em algumas investigações como a de ROJANO (1994) considera a linguagem algébrica como a linguagem básica da matemática e destaca a álgebra como um potente meio para resolução de problemas. Neste enfoque, observamos que os estudos se centram nos sistemas de representação semióticos de DUVAL (1993, 1995) entre outros teóricos que vêm constatando que a apropriação conceitual de um objeto matemático passa necessariamente pela aquisição de um ou mais sistemas de representações semióticas do mesmo.

O marco antropológico e semiótico-antropológico (CHEVALLARD, 1992; BOLEA, BOSCH E GASCÓN, 2001; GODINO E BATANERO,1994, 1998; GODINO, 2002), que, adotando um ponto de vista pragmático, centram sua atenção na análise do significado dos objetos matemáticos, tanto em nível pessoal como institucional, estudando os fenômenos derivados da transposição didática escolar tratando de integrar os aspectos sintáticos, semânticos, pragmáticos e sócio-culturais.

Tendo em conta a perspectiva integradora dos aspectos cognitivos, sintáticos, semânticos, pragmáticos e socioculturais deste último enfoque, nosso estudo se centrará no marco semiótico-antropológico, particularmente sobre o Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS). Este enfoque vem se desenvolvendo há mais de uma década e meia por GODINO e colaboradores (por exemplo, GODINO E BATANERO, 1994; GODINO, 2002; GODINO, BATANERO E ROA, 2005 E FONT, 2005-6, GUSMÃO, 2006). É proposta uma análise da noção de “significado” desde um ponto de vista didático, dirigido, entre outras coisas, a apoiar os estudos sobre a avaliação do conhecimento. Para esta análise, o modelo teórico desenvolvido se baseia nos supostos pragmáticos do significado dos objetos matemáticos desde uma tríplice perspectiva: institucional, pessoal e temporal. Os objetos matemáticos são concebidos como



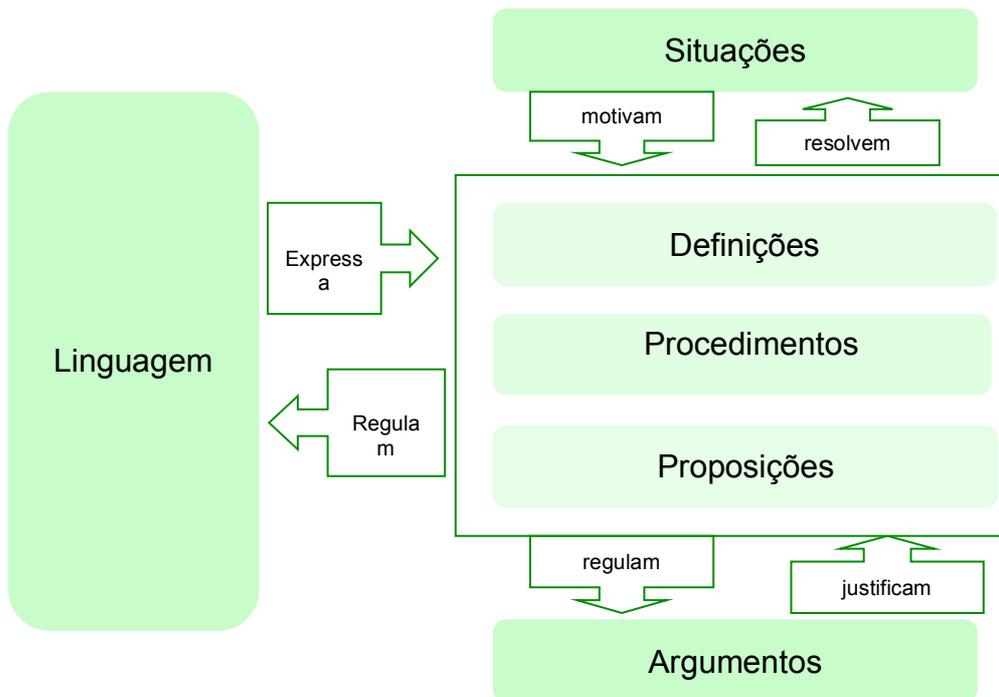
ISSN: 2175-5493

VII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

14 a 16 de novembro de 2007

entidades emergentes de sistemas de práticas. Propõe-se como objeto básico para a análise “os sistemas de práticas manifestados por um sujeito (ou no seio de uma instituição) ante uma classe de situações-problemas” (GODINO, 2002, p.242). As práticas, assim como a dialética pessoal-institucional, ocupam um lugar privilegiado neste enfoque proporcionando uma visão mais integral da problemática do conhecimento do aluno.

Este enfoque considera que, para a realização de qualquer prática, é necessário ativar um conglomerado formado por alguns ou todos os elementos (ou objetos) do construto que os autores chamam de configuração epistêmica e cognitiva (conforme se aprecia na figura que apresentamos em seguida). Este construto é composto pelos objetos: lenguaje, situaciones, definiciones (conceptos), proposiciones, procedimientos y argumentos. Uma das finalidades deste enfoque é proporcionar critérios para a elaboração de uma teoria da “avaliação do conhecimento matemático”. Assim, para analisar a atividade matemática, em nosso caso, as atividades que contém nos livros de textos - o EOS - nos apresenta a “Técnica da Análise Semiótica”, nos mostrando como aplicar a tipologia desses objetos e dimensões do conhecimento matemático construídos por dito “enfoque”.



CONSTRUTOS DE CONFIGURAÇÃO EPISTÊMICA E COGNITIVA DO EOS

De um modo geral, como problemas específicos do processo de ensino-aprendizagem da álgebra se identificam:

Dificuldades associadas aos processos de evolução do pensamento algébrico nos estudantes, que provocam que os conhecimentos adquiridos, numa determinada etapa, se convertam em modelos implícitos inadequados para a aquisição de novos conhecimentos.

Obstáculos epistemológicos e didáticos que constituem uma fonte de erros sistemáticos e persistentes que devem superar-se para lograr novas aprendizagens.

Três grupos de erros: 1) os que se originam pela existência de um obstáculo; 2) os que se devem a carência de significados e 3) os que surgem como consequência de componentes afetivos e emocionais.



ISSN: 2175-5493

VII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

14 a 16 de novembro de 2007

Esta problemática não é alheia ao sistema educativo baiano, no que circunscrevemos o projeto. O que se observa, no âmbito escolar, é uma manipulação mecânica de expressões algébricas. A prática algorítmica e os exercícios rotineiros, não parecem resultar suficientes para produzir significados.

REFERENCIAL METODOLÓGICO

Iniciamos esta pesquisa fazendo um levantamento dos manuais de textos utilizados na nossa cidade. Para a análise dos manuais (livros, apostilas, ...), utilizamos da “técnica de análise semiótica” empregada pelo EOS, pretendendo aportar informação relevante para a comunidade educativa no que respeita ao estudo de Equações no ensino básico, de modo que a metodologia, está em função dessa análise.

Os critérios de análise que estamos seguindo estão baseados na identificação de componentes do conteúdo matemático que são explicitados nos manuais, distinguindo as entidades ostensivas (representações, notações), extensivas (contextos, tarefas, problemas), intensivas (conceitos, proposições, relações) e validativas (argumentações e justificações) e estudando os significados elementares e sistêmicos derivados dos Manuais.

Para a recolha das informações, utilizamos, como instrumento, uma ficha que foi elaborada com base na Técnica do EOS, especificando as entidades ostensivas, extensivas, intensivas e validativas enunciadas anteriormente. Essa ficha se faz necessária, toda vez que orienta os trabalhos dos bolsistas e colaboradores da pesquisa, bem como as análises comparativas das informações.

Os manuais de textos que estamos considerando para análise correspondem aos que estão sendo utilizados desde os últimos 3 ou 4 anos no Município de Vitória da Conquista.



RESULTADOS

De início ressaltamos que os resultados obtidos são parciais e decorre de uma análise macroscópica sobre os manuais estudados até o presente momento.

Para abrir a temática sobre equações, os manuais normalmente propõem situações-problema contextualizadoras das vantagens de usar equações como o modelo matemático que serve para sintetizar algebricamente a informação que aparece em ditas situações, para depois poder aplicar as técnicas de resolução de equações, a fim de obter as soluções dos ditos problemas.

Como pontos positivos, observamos que, de modo geral, as atividades são diversificadas o que permite a aplicação da teoria em contextos diferentes, ainda que basicamente se trate de problemas matemáticos e, principalmente, o fato de se utilizar de diferentes sistemas de representação (gráfico e algébrico), analisando as correspondências entre eles. Por exemplo, a resolução algébrica de uma equação de segundo grau e a representação gráfica da função quadrática (parábola) associada, assim como as relações que se estabelecem entre os dois registros.

Os procedimentos utilizados para os processos de resolução das equações, estão explicados, apoiando-se em exemplos, resultando em ocasiões fáceis de seguir por parte do estudante. Estas exposições se apóiam com informações e lembretes de propriedades e conceitos já supostamente conhecidos pelos estudantes, e são empregados em situações concretas.

Entretanto, e apesar de uma valoração geral positiva dos manuais estudados até o momento, observamos a existência de algumas características que consideramos suscetíveis de melhora. Entre elas, destacamos as seguintes: a introdução a cada um dos temas poderia ser melhorada, fazendo alguma referência histórica ou exemplos de aplicações da álgebra em diferentes campos do conhecimento e buscar, de alguma forma,

resgatar essa referência no decorrer do tema. Nas atividades são utilizadas, quase que exclusivamente, as letras x e y para representar as incógnitas. Apesar de que esta é a notação tradicional, não devemos esquecer que estes estudantes manejam outras matérias com expressões algébricas utilizando diferentes variáveis (principalmente nas fórmulas de Física ou Química). Por isso, seria interessante incluir exemplos de equações em que apareçam outras variáveis.

Também foi possível observar que algumas das noções e propriedades que envolvem o conteúdo equações, apresentadas nos manuais, podem ser consideradas “clássicas”, uma vez que: se definem conceitos (em alguns casos se supõem já conhecidos); se enunciam propriedades (muitas vezes sem justificá-las); e se trabalha com técnicas derivadas da manipulação algébrica (seguindo regras precisas) das fórmulas expostas.

Nem sempre são apresentadas justificativas e argumentos sólidos para as propriedades que se introduzem. Neste sentido, o fato de enunciar propriedades matemáticas, em determinados níveis educativos, cuja justificativa se omite, em ocasiões, por sua complexidade, pode criar dificuldades na significação dos objetos matemáticos, uma vez que os estudantes acabam assumindo estes feitos como “questão de fé” e os professores argumentam que “isso se provará em cursos posteriores”. Vejamos um exemplo de que nem sempre existem justificações nem argumentos sólidos para as propriedades que se introduzem: Por que si $a > 0$ a parábola tem as ramas “aberta para cima”? Aqui está um bom momento para utilizar a conversão num mesmo registro

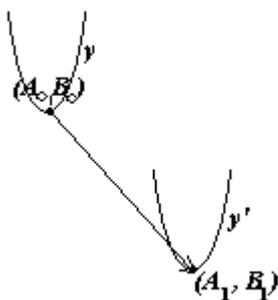
semiótico $y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$ (que serviu, em seu momento para obter o algoritmo de cálculo de soluções de uma equação de 2º grau) para deduzir que si $a > 0$, na

abscissa do vértice $x = -b/2a$, se obtém o valor mínimo, já que, nesse caso, $y = -\frac{b^2}{4a} + c$, e

para qualquer valor de x distinto de $-b/2a$ o valor $-\frac{b^2}{4a} + c$ se veria incrementado por um valor positivo de $a(x + \frac{b}{2a})^2$, ao ser ambos fatores positivos.

Em ocasiões, também encontramos afirmações de que duas funções quadráticas com o mesmo coeficiente de x^2 , originam parábolas “idênticas” (salvo sua posição em um sistema cartesiano). Os estudantes poderiam supor, com bom critério, que “idêntico” significaria que se trasladamos uma parábola sobre a outra coincidiram em todos seus pontos, o qual requer uma justificação complexa, por exemplo, para os aluno(a)s que estão no nível educativo onde está sendo dado este conteúdo pela primeira vez. Vejamos:

Dadas duas parábolas com o mesmo coeficiente de x^2 , $y = ax^2 + bx + c$, $y' = ax'^2 + b'x' + c'$, devemos justificar que se levamos, por translação, a primeira sobre a segunda os gráficos se superpõem. As equações de uma translação são $x' = x + A$, $y' = y + B$, onde (A, B) é o vetor de translação. Se nos fixamos por exemplo nos vértices das respectivas parábolas (A_0, B_0) , (A_1, B_1) , (ver figura seguinte), temos:



que o vetor de translação é $(A_1 - A_0, B_1 - B_0)$, onde $A_0 = -b/2a$, $A_1 = -b'/2a$, $B_0 = a(\frac{-b}{2a})^2 + b(\frac{-b}{2a}) + c = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$, $B_1 = a(\frac{-b'}{2a})^2 + b'(\frac{-b'}{2a}) + c' = \frac{-b'^2 + 4ac'}{4a}$; Assim pois:

$(A1-A0, B1-B0) = \left(\frac{b-b'}{2a}, \frac{b^2-b'^2}{4a} + c' - c \right)$. De onde se deduz, pelas equações de

translação: $x' = x + (A1-A0) = x + \left(\frac{b-b'}{2a} \right)$; $y' = y + (B1-B0) = y + \left(\frac{b^2-b'^2}{4a} + c' - c \right)$

Portanto:

$$y' = ax'^2 + b'x' + c' \Leftrightarrow y + \left(\frac{b^2-b'^2}{4a} + c' - c \right) = a \left(x + \left(\frac{b-b'}{2a} \right) \right)^2 + b' \left(x + \left(\frac{b-b'}{2a} \right) \right) + c' \Leftrightarrow y + \frac{b^2-b'^2}{4a} = ax^2 + bx + c + \frac{b^2-2bb'+b'^2}{4a} + \frac{2bb'-2b'^2}{4a} = ax^2 + bx + c + \frac{b^2-b'^2}{4a} \Leftrightarrow y =$$

$ax^2 + bx + c$. Provamos, então que as equações de ambas as parábolas são equivalentes por translação e, portanto, seus gráficos coincidem ao transladar uma sobre a outra.

REFERÊNCIA

- CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportes par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 1992, 12(1). 73-112.
- BOLEA, P.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en proceso de algebrización: el caso de la proporcionalidad. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 2001, 21(3). 247-304.
- DUVAL, R. Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. En *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. IREM de Strasbourg, 1993.
- DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuel*. Suiza. Peter Lang, 1995.
- GIOVANNI JR, CASTRUCCI, GIOVANNI. Coleção: A Conquista da Matemática. São Paulo: FTD, 2002.
- _____. Coleção: Matemática pensar e descobrir. São Paulo: FTD, 2005.
- GODINO, J. D.; BATANERO, M. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 1994, 14(3), 325-355.



ISSN: 2175-5493

VII COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

14 a 16 de novembro de 2007

-
- GODINO, J.D.; BATANERO, M. Claryfying the meaning os mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In Sierpinska, A. y Kilpatrick, J. (eds). Mathematics Education as a research domain. A search for identity. Drodrecht. Kluwer, 1998, 177-195.
- GUSMÃO, T.R.S. Los procesos metacognitivos en la comprensión de las práctica de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. (Tesis Doctoral). Universidade de Santiago de Compostela: España, 2006.
- IMENES, L.M.P, LELLIS, M.C.T. Coleção: Matemática para todos. São Paulo: Scipione, 2002.
- KARRER, M. & JAHN, A.P. Transformações Lineares nos Livros Didáticos: uma análise em termos de registros semióticos de representação semiótica. Educação Matemática em Revista, 2004, nº 17, ano 11, p.16-27.
- KIERAN, C. The Learning and Teaching of School Algebra. En GROWS, D. A. (eds). Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning. N. York. McMillan, 1992.
- KIERAN, C.; FILLOY, E. El aprendizaje del algebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanza de las Ciencias. 1988, 3(7). 229-240.
- RIBEIRO, Alessandro. J. Equação e seus multesignificados no ensino de matemática: contribuições de um estudo epistemológico. Tese de Doutorado. PUC/SP: 2007.
- ROJANO, T. La matemáticas escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. Enseñanza de las Ciencias. 1994, 1(12). 117-135.