



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

ANÁLISES DIDÁTICAS À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Luiz Marcio Santos Farias*
(UESB)

Sulamita da Mota Silva Maia**
(UESB)

Karolina Santos Neves***
(UESB)

RESUMO

As referências teóricas constituem ferramentas necessárias ao desenvolvimento de pesquisas, em especial, em Didática da Matemática. Este artigo centra uma atenção particular na *Didática Francesa*, por ter contribuído significativamente na realização das análises que apresentamos neste trabalho. Os episódios utilizados nas nossas análises fizeram parte de quatro pesquisas: (1) *O Ensino e aprendizagem das inter-relações entre os domínios numérico-algébrico e geométrico*; (2) *A calculadora padrão e o ensino da matemática numa Perspectiva Docente*, (3) *Análise didática de situações matemáticas em jogos: Uma análise praxeológica das estratégias dos licenciandos em matemática do 7º semestre face a jogos*; (4) *Análise didática de situações matemáticas em jogos: A importância da noção do "meio" na construção de situações*. Objetivamos apresentar uma análise didática de cada um desses episódios à luz da *Teoria Antropológica do Didático - TAD*, desenvolvida por Chevallard (1999), evidenciando como a TAD tem sido utilizada no contexto das referidas pesquisas. Acreditamos que trabalhos como este poderão colaborar com a formação de professores, essa iniciativa é, portanto, uma divulgação teórica e prática de alguns resultados de pesquisas.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria Antropológica do Didático. Análise praxeológica. Didática da matemática.

* Licenciado em Matemática. Professor Adjunto do curso de Licenciatura em Matemática da UEFB. Coordenador do LIAPEME e do Projeto PROBEM/UEFB. Email: lmsfarias@uefb.br.

** Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana. Pesquisadora do Laboratório de Integração e Articulação entre Pesquisas em Educação Matemática e Escola-LIAPEME, através do projeto Problemas em Educação Matemática-PROBEM. Email: sulamaia@hotmail.com.

*** Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana. Pesquisadora do Laboratório de Integração e Articulação entre Pesquisas em Educação Matemática e Escola-LIAPEME, através do projeto Problemas em Educação Matemática-PROBEM. Email: karolinnasn@hotmail.com.



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

INTRODUÇÃO

A Didática da Matemática é um campo de pesquisa que tem por ambição explorar as relações entre o ensino de conteúdos de diversos domínios matemáticos bem como aumentar a eficiência da aprendizagem dos conteúdos. Na exploração dessas relações, as referências teóricas exercem papéis importantes, pois permitem fundamentar, compreender e interpretar os fenômenos que emergem no processo ensino/aprendizagem, além de constituírem-se de ferramentas necessárias no desenvolvimento de pesquisas. Neste artigo, centramos uma atenção particular em uma das teorias da Didática Francesa que fizeram parte do nosso quadro teórico no estudo das quatro pesquisas anteriormente apresentada. Referimo-nos particularmente à abordagem *praxeológica*, que é uma das vertentes da *Teoria Antropológica do Didático* desenvolvida por Chevallard (1999). Apresentaremos como essa teoria foi utilizada no contexto das nossas pesquisas. Com intuito de não nos delongarmos, escolheremos apenas a problemática e a metodologia de uma das pesquisas.

Os trabalhos matemáticos desenvolvidos pelos professores e alunos, desde o *Ensino Fundamental*, inscrevem-se em diferentes domínios. Todavia, os objetos considerados em cada domínio, nem sempre têm sido tratados de forma articulada no processo ensino/aprendizagem, evidenciando as possíveis relações entre objetos, Bronner & Farias (2007). As pesquisas em Didática da Matemática já sinalizaram a possibilidade e a importância, no processo ensino/aprendizagem, de fazer as "*idas e vindas*" entre os diferentes domínios matemáticos Douady (1984). Nesse contexto, nos interessamos, nesse trabalho, com a problemática referente à prática dos professores no Ensino Fundamental e Médio. Mais precisamente no estudo das *inter-relações entre os domínios numéricos, algébricos e geométricos (NAG)*, que é um tema pouco desenvolvido na Didática da Matemática, do ponto de vista da *Transposição Didática*, das práticas dos professores e da resolução de tarefas. Neste artigo, centramos uma atenção particular no estudo de como os professores utilizam o **NAG** em suas práticas pedagógicas. Para isso, recorreremos às abordagens teóricas utilizadas na nossa pesquisa, a partir das quais nos interrogamos: *Como os professores e estudantes instalam e utilizam o NAG? Em se tratando das outras três pesquisas, nos perguntamos como os professores e estudantes utilizam a calculadora padrão em situações matemáticas? Quais são as estratégias utilizadas pelos licenciandos em*



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

matemática face à situações propostas como jogos? Qual a importância da noção do “meio” na construção de situações matemáticas a partir de jogos?

Estas questões conduziram-nos a centrar o nosso olhar em questões mais precisas, a saber: (a) *Quais são as características matemáticas da situação de ensino?* (b) *O que fazem os estudantes para resolverem uma tarefa do contexto do NAG?* (c) *O que faz o professor para ensinar e dirigir o estudo de tal tarefa numa classe?* Essa precisão tem a finalidade de evidenciar as características, os métodos e os fenômenos relacionados a realização das quatro tarefas que apresentaremos mais adiante. Escolhemos analisar tais tarefas, pois, possibilitam mostrar como análise, em termos praxeológicos, tem servido às nossas pesquisas.

MATERIAL E MÉTODOS

É importante sublinhar que a Didática da Matemática é uma vertente da Educação Matemática, sendo a primeira tão recente quanto à segunda. Surgiu na França, nos anos 70. O progresso nessa área, ao longo desses anos, é considerável, principalmente devido ao surgimento de várias teorias, entre as quais podemos citar a Teoria Antropológica da Didática (TAD) de Yves Chevallard, a Teoria de Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau e a Teoria de Campos Conceituais (TCC) desenvolvida por Gérard Vergnaud, como algumas das teorias-chaves em Didática da Matemática. Dentre as teorias citadas, apresentaremos, em linhas gerais, a TAD e outros princípios relacionados. Essa escolha justifica-se pela composição dos elementos de análises que apresentaremos, nos permitindo, portanto compreender as análises apresentadas.

Um estudo praxiológico matemático (Chevallard 1999) pode permitir modelizar a resposta de (a), primeira pergunta acima, enquanto que um estudo praxiológico didático (Chevallard 1999) pode permitir modelizar às respostas das questões acima. Chevallard considera que qualquer ação humana pode ser analisada num sistema que ele nomeou praxiologia ou organização praxiológica. Neste contexto, o papel do professor e do estudante, tal como podemos observar na classe, pode ser expresso em termos de praxeologias como mostraremos no decorrer deste trabalho. Trata-se de uma abordagem, desenvolvida por Chevallard (1992), inscrita no prolongamento da Teoria da Transposição



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

Didática, também de sua autoria. Essa abordagem considera os objetos matemáticos, não como existentes em si, mas como entidades que emergem de sistemas de práticas que existem em dadas instituições.

Segundo Chevallard, a didática das ciências, como todas as didáticas, inscreve-se no campo da antropologia social, ou seja, o campo do estudo do homem. Da mesma maneira que existe uma antropologia religiosa ou uma antropologia política, cujos objetos de estudos são respectivamente a religião ou a política, Chevallard (1992) propõe a elaboração de uma antropologia didática, cujo objeto de estudo seria a didática, com o objetivo de estudar, por exemplo, o professor e o estudante diante de um problema matemático. O princípio dessa abordagem é que “tudo é objeto”.

As nossas pesquisas estão inscrita em uma das correntes de investigação em Educação Matemática, denominada Didática da Matemática francesa e integram uma problemática que interroga as práticas de professores e de alunos desta disciplina em relação à **NAG**. Nesse artigo apresentaremos cinco análises, onde utilizamos materiais específicos constituídos da transcrição de uma aula de matemática que observamos numa classe de « *seconde* » (alunos de 15-16 anos); de um problema aberto, proposto a uma classe de « *troisième* » (alunos de 15-16 anos) e de um problema abertodurante o nosso trabalho de tese. Tomamos como referência três hipóteses de monografias de Pós-Graduação. Os nossos objetivos foram *estudar as interações possíveis entre os domínios matemáticos; o nível das práticas de ensino; a utilização da calculadora padrão em situações matemáticas propostas por professores; as estratégias dos licenciados em Matemática face à situações propostas através de jogos; a importância da noção do “meio” na construção de situações matemáticas a partir de jogos*. Além disso, estudamos as organizações praxeológicas presentes nesses trabalhos, de acordo com as noções que apresentamos a seguir.

Um estudo praxiológico matemático (Chevallard 1992) permite modelizar o tipo de respostas esperadas na questão (a) formulada anteriormente. Enquanto que um estudo praxiológico didático (Chevallard 1993) permitir modelizar o tipo de respostas esperadas em (b). Chevallard considera que qualquer ação humana pode ser analisada num sistema que ele chama *organização praxeológica* ou simplesmente *praxeologia* descritas em termos das quatro noções (*tarefa, técnica, tecnologia e teoria*) que havíamos



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

apresentado em um dos nossos artigos publicada na revista de Educação Matemática Pesquisa (Henriques, at all, 2007) que retomamos aqui com algumas alterações:

Tarefa: é adotado o símbolo T para representar um *tipo de tarefa* identificado numa praxeologia, contendo ao menos uma tarefa t . Essa noção supõe um objeto relativamente preciso. Por exemplo, *calcular o produto de dois números naturais*, é um tipo de exercício, mas *calcular*, assim isolado, é um gênero que requer um determinativo.

Técnica: denotada por τ , é uma maneira de fazer ou realizar um tipo de exercícios T . Com efeito, uma *praxeologia* relativa a T , necessita de maneiras de realizar os exercícios $t \in T$, isto é, de uma *técnica*, do grego *tekhnê*, que significa saber-fazer. Assim, para um dado tipo de tarefa T , existe, em geral, uma única técnica, ou ao menos um conjunto de técnicas reconhecidas institucionalmente e que permitem também realizar $t \in T$.

Tecnologia: denotada por θ , é um discurso racional (o *logos*) tendo por objetivo *justificar* a técnica τ , garantindo que esta permita realizar os exercícios do tipo T . Uma segunda função da *tecnologia* é a de *explicar*, tornar compreensível a *técnica*. Se a sua primeira função – *justificar a técnica* – consiste em assegurar que a técnica alcance o objetivo, a segunda função – *explicar* – consiste em expor o porque fazer de tal maneira.

Teoria: representada por Θ , tem a função de justificar e tornar compreensível uma *tecnologia* θ .

Essas quatro noções: *tipo de tarefa* (T), *técnica* (τ), *tecnologia* (θ) e *teoria* (Θ) compõem uma organização *praxeológica* completa [$T/\tau/\theta/\Theta$], decomponível em dois blocos [T/τ] e [θ/Θ], constituindo respectivamente, o *saber-fazer* [*praxe*] e o ambiente *tecnológico-teórico* [*logos*]. Dessa forma, afirmamos que *produzir, ensinar e aprender matemática* são ações humanas que podem descrever-se conforme o modelo *praxeológico*. Nesse sentido, a *organização praxeológica* relativa às atividades matemáticas é uma *organização matemática*.

Segundo Matheron (2000),

Essa organização permite estudar uma mesma noção matemática designada por um mesmo nome, mas com organizações matemáticas de naturezas diferentes se desenvolvidas no seio de instituições diferentes. Esse ponto de vista ressalta o aspecto



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

ecológico relativo à um objeto O , quer dizer, o aspecto do questionamento da existência real ou da inexistência desse objeto na instituição onde vive uma dada organização matemática. Essa dimensão ecológica nos permite questionar como é ensinado um objeto identificado num livro didático, que tipo de técnica será utilizada na resolução de determinado exercício e qual é a organização matemática, e por consequência, que tipo de programa considerar. (Matheron, p. 52).

Analisar a vida de um objeto matemático numa *instituição*, compreender sua significação para essa instituição, é identificar a *organização matemática* que coloca esse objeto em jogo. Nesta perspectiva, é fundamental estudar as *organizações matemáticas* de domínios específicos a fim de revelar as praxeologias e suas inter-relações entre domínios nas determinadas instituições de ensino.

Chevallard (1999) considera que as práticas ou tarefas dos professores revelam duas grandes componentes solidárias: organizações matemáticas-**OM** das tarefas de concepção e de organização de dispositivos de estudo, bem como gestão dos seus ambientes, ou seja uma organização praxeológica de natureza matemática, constituída em torno de um ou vários tipos de tarefas matemáticas, mais ou menos bem identificadas, que evocam a criação de técnicas matemáticas mais ou menos adaptadas, justificadas por tecnologias matemáticas mais ou menos sólidas e explícitas; organizações didáticas-**OD** das tarefas de ajuda ao estudo e, em especial, de direção de estudo e de ensino, ou seja, a OD refere-se à reconstrução ou a transposição da organização matemática na classe, cujo cumprimento solicita aplicação de técnicas didáticas determinadas.

IV.1 As inter-relações entre os domínios numérico-algébrico e geométrico no ensino e aprendizagem da matemática: análise de uma tarefa no contexto da prática de um professor.

Consideramos a organização matemática (OM) construída por um professor (P2). A classe que foi observada apresentava três tipos de tarefas.

Tipo de tarefa T	Técnica τ
$T_{carré}$ – Calcular $a^2 - b^2$ sendo dado « a » e « b »	$\tau_{carré1}$ – Com a ajuda da calculadora, calcula-se de uma só vez $a^2 - b^2$. $\tau_{carré2}$ - Sem utilizar a calculadora transforma-se $a^2 - b^2$ em um produto notável $(a+b)(a-b)$. Procura-se α tal que : $\begin{cases} a = \alpha + m \\ b = \alpha - m \end{cases}$ A reta graduada é utilizada para mostrar que $\alpha = (a + b)/2$ e $m = a - \alpha = \alpha - b$. O número $a^2 - b^2$ é escrito como $(\alpha+m)^2 - (\alpha-m)^2 = 2\alpha 2m = 4\alpha m = 100\alpha$ como valor exato procurado.
T_d – Calcular $d(a ; b)$.	τ_d – Escrever $d(a ; b) = a - b $. Calcula-se o valor absoluto da subtração de 25 por 12 ou de 12 por 25, isto é $ 25 - 12 = 12 - 25 $
T_v – Calcular $V(a)$ com « a » numérico.	τ_{v1} – Escrever $V(a) = d(a ; b) = d(a ; 0)$.

Tabela 1: Organização matemática proposta por P2.

A referida aula em torno dos objetos “a distância entre dois números e o valor absoluto de um número” e começa quando P2 propõe aos alunos um tipo de tarefa que denotamos por $T_{carré}$. Nessa aula aparecem também dois outros tipos de tarefas que são denotadas por T_d e T_v , sobre as quais trabalha P2 e os seus alunos.

O quadro acima apresenta os tipos de tarefas e as técnicas correspondentes a cada uma destas tarefas de maneira simplificada. Neste quadro não especificamos os elementos tecnológicos ou teóricos das praxiologias que aparecem na aula. Porém, os elementos que pertencem ao bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$ que permitem justificar as técnicas anteriores serão anunciados de forma resumida no decorrer desse trabalho.

No que diz respeito a **organização didática (OD)** da aula, apresentaremos esta organização apenas a partir de $\tau_{carré2}$. É a partir de $\tau_{carré2}$ que P2 começa um trabalho de investigação de uma nova técnica para resolver a tarefa sobre a diferença entre dois quadrados através de um raciocínio que permite evidenciar o valor da diferença entre os dois quadrados em questão. Para isso P2 recorre às inter-relações entre os domínios algébricos e geométricos, através da introdução da reta graduada, para mostrar que os números $(999.999.999.925)^2$ e $(999.999.999. 875)^2$ escritos respectivamente sobre a forma $(999. 999.999.900+25)^2 = a^2$ e $(999.999.999.900-25)^2 = b^2$ podem ser inscritos na reta graduada, situados à mesma distância do número $\alpha = 999 999.999.900$. P2 utiliza a reta graduada para mostrar que a distância entre os números α e a entre os números b e α são as mesma, e é a partir desta distância que P2 escreve os números a e b em função de α .

mas, em nenhum momento da realização desta tarefa o professor menciona ter introduzido dois outros domínios no tratamento da tarefa proposta inicialmente no domínio numérico, como evidencia a análise abaixo.

$8\sqrt{3}$ - $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	γεωμετρικό αριθμητικό αριθμητικό	αριθμητικό γεωμετρικό Αριθμητικό Γεωμετρικό	por 100 σερίαις αριθμητικά « α » de « α » e « m » em αριθμους α ₂ e p ₂ em τμήμα Decomposição dos	- 153 420 032 ₃ Αριθμητικά 153 420 332 ₃		
	Ουαδρος	Κερίτρο	Προσείμνεντο \Κερίτρο	Αριθμητικό		
	Ελεμνεντος Πατα ανάλυσε dos τεχνόμενος διδακτικός					
	τεχνικές			[θ' Θ] τεχνικές		
	τεχνικές			[θ' Θ] Τεχνολογικό-τεχνικό		
	Παταξολογία					
	Κ	Μέγιστο δυο: Μέγιστο δυο : Ισούα : Διφερέντε :	Αλτος αρσολιτο Διστάνκια Συμπλερέαο :	Μίστο	Αριθμητικό	
	Τύπο de αριθμητικό	συμπλερέαοι Τύπο de	Τύπο de οπεράτορι	καίκαλο de Τύπο	Προβόστια ταίρεα τοί ουδε α Δομίνιο	
	Οπέκτος do τίτρο αριθμητικό					

Tabela 2: Resumo da análise praxeológica.

Constatamos que esse professor desenvolve todo seu trabalho didático preservando os elementos construídos por ele e pelos estudantes, por meio de perguntas-resposta (em se tratando das interações entre os estudantes e P2), ou por intermédio dos *Diálogos no espelho* Farias (2010), (quando P2 avança na construção dos elementos da aula, dialogando com ele mesmo). Esses dois tipos de diálogos são importantes, pois identificamos que nesta aula o professor adotou como critério a aquisição de dois saberes matemáticos ao mesmo tempo “*distância entre dois números e o valor absoluto*”. Esse fato é verificado por meio das perguntas-resposta que conduzem todas as fases da aula. Sobre o critério adotado por P2, Vergnaud (1981), sublinha que não é interessante estudar separadamente a aquisição de conceitos (e procedimentos), pois, nas situações reais, práticas encontradas pelo estudante, os saberes estão dificilmente dissociáveis.

Observamos que nesta aula os alunos são frequentemente conduzidos a fazer analogias, comparações, ou tratar problemas em domínios diferentes do qual o problema foi proposto, no intuito de avançar no raciocínio, explicar ou até mesmo dar sentido aos conceitos trabalhados. Observamos também a utilização da mudança de registros por



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

intermédio do cálculo literal para reduzir o trabalho do cálculo numérico. Verificamos também a utilização de representações gráficas Por meio da reta graduada para trabalhar os conceitos de distância entre dois números e valor absoluto de um número. Estes são alguns exemplos de utilização do NAG encontrados nessa aula. Porém, depois de todas as análises efetuadas nessa aula, constatamos que dar sentido à conceitos utilizando exemplos, comparações, analogias, não é simples nem para ser utilizado por P2, nem para a compreensão dos estudantes que participaram desta aula. Pois, como sublinha Raymond Duval (1993), os objetos matemáticos como retas, números, representações algébricas etc, não são objetos reais ou físicos. Para manipulá-los, os estudantes devem passar pelas suas representações, mentais e semióticas. P2 utiliza o **NAG** para promover mudanças de registros e de quadros. Porém, não é em todas as tarefas que ele consegue manter tal encadeamento, o que ocasiona dificuldade de compreensão dos estudantes em um determinado momento da aula. Este fato, embora não apresentado neste artigo, o pode ser verificado através da análise que aparece na pesquisa maior que deu origem a esta comunicação.

Observamos assim que o **NAG** desempenha um papel importante na mudança de registros. De acordo com Duval (1993), compreender um objeto matemático é a capacidade de reconhecê-lo em registros diferentes. A conversão de uma representação semiótica à outra, pode ocasionar aprendizado. Porém existe uma dificuldade que vem da coordenação dos registros cujas condições determinam o sucesso na conversão entre os registros semióticos diferentes. O NAG nessa aula é visto como um objeto coordenador que vai dar sentido a estas trocas. Constatamos uma utilização do NAG por P2 de maneira implícita. Nessa aula pode-se observar que a integração do **NAG** no processo de ensino-aprendizagem é contínua e fortemente ligada às normas previstas para a institucionalização dos objetos estudados e previstos pelas instruções oficiais (programas).

Esta análise é uma parte de um trabalho maior, que teve o objetivo de investigar o que dizem os docentes da Educação Básica, acerca da utilização da calculadora no ensino da Matemática. A TAD, idealizada por Yves Chevallard, apresenta-se como um suporte pertinente para o alcance deste fim. Por este motivo, utilizamos um dos seus elementos: A Praxeologia. Esta vertente representa subsídio essencial para que se promova uma análise



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

sobre as práticas institucionais e sociais em Matemática. A opção pelo estudo de caso, numa unidade escolar da cidade de Salvador, consiste num método investigativo, onde os pontos de vista, de cada educador que colaborou com esta pesquisa, induzem a uma reflexão acerca deste tema. O que apresentaremos neste artigo, é uma análise praxeológica de uma atividade proposta por um professor da Educação Básica.

O proprietário de uma LAN house gasta R\$ 80,00 por mês, relativo a investimento com materiais de escritório. Este valor equivale a 5% da receita mensal deste comércio. Represente em taxa percentual, R\$ 200,00 mensais fixos, referente a pagamento do provedor (internet). Subentende-se que a Receita Mensal, para este tipo de comércio, apresenta-se como variável em relação às receitas anteriores, pois depende de alguns fatores que não serão consideradas na resolução, tais como a quantidade de clientes que frequenta a LAN house, o tempo que cada um deles destina ao acesso à internet, além dos demais serviços prestados e suas respectivas tarifas. A partir deste exemplo, percebe-se a formação de um conjunto $[t1, \tau1, \theta1, \Theta1]$ que produz uma praxeologia:

t1: Encontrar a Receita Mensal de um comércio, sabendo que o proprietário investe um determinado percentual fixo mensal, cujo valor equivalente é expresso em unidade monetária. E, a partir desta Receita, determinar a taxa percentual equivalente a outra conta fixa, cujo valor também é expresso em unidade monetária.

$\tau1$: R\$ 80,00 equivalem a 5%, então 10% equivalem a R\$ 160,00, logo 100% equivalem a R\$ 1.600,00. Tem-se então a Receita Mensal. Como R\$ 1.600,00 equivalem a 100%, então R\$ 160,00 equivalem a 10% e como R\$ 80,00 equivalem a 5%, então R\$ 40,00 equivalem a 2,5%. Logo, R\$ 160,00 + R\$ 40,00 = R\$ 200,00. Ou seja, 10% + 2,5% = 12,5%.

$\theta1$: Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$, então $a.d = b.c$, isto é, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. A justificativa pode ser realizada através de uma demonstração básica, onde cada membro desta proporção seja multiplicado por $b.d$, visto que este ato não altera a igualdade. Logo, tem-se que $b.d = b.d$.

$\Theta1$: Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Esta análise é parte de uma pesquisa maior que teve por objetivo investigar a construção das estratégias matemáticas evocadas pelos estudantes face às situações matemáticas a partir de jogos em sala de aula, mais especificamente, a maneira como os



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

estudantes mobilizam os saberes matemáticos que eles consideram apropriados, para construir essas estratégias. A pesquisa foi centrada em duas salas de aulas do curso de Licenciatura em Matemática. E essa investigação surge da necessidade de compreensão do suporte que a matemática oferece, a esses estudantes na construção de tais estratégias. Para essa compreensão foram realizadas experimentações com jogos de regras cooperativos, fundamentados na Teoria das Situações, Brosseau (1986) e Teoria da Transposição Didática, em particular, em uma das vertentes da Teoria da Transposição Didática, a Teoria Antropológica do Didático. Nesse contexto, analisamos com base nas praxeologias o conhecimento matemático presente e evocado, a partir das situações matemáticas baseadas em jogos. Apresentamos, a seguir, a análise de uma situação que foi proposta nesta pesquisa.

O objetivo desta atividade é resgatar o conceito de áreas e possibilidades de transferência de objetos, por meio da observação e do manuseio de material concreto (o jogo), bem como observar que suporte a matemática nos oferece para institucionalização das hipóteses.

A realização da tarefa é organizada em grupos. Cada grupo recebe um tabuleiro 6 x 9 (Figura 1) unidades iguais a serem preenchidas e 11 peças em forma de T, contendo de 3 quadrados de altura e 3 quadrados laterais. Neste jogo, os estudantes deverão preencher os quadrados do tabuleiro com figuras em forma de T, que está representado na Figura 2. O jogador deverá preencher o tabuleiro com as formas, em T, de tal maneira que um não deverá sobrepor o outro. Ele deve conjecturar sobre o número máximo de formas, que ele poderá obter após sobrepor os T, que devem ser distribuídos no tabuleiro.

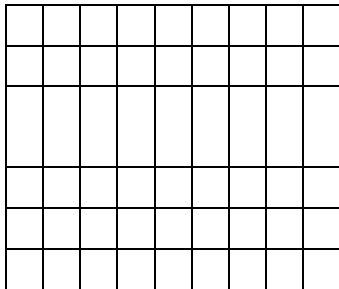


Figura1: Tabuleiro 6X9.

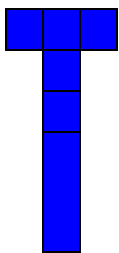


Figura2: A forma T.

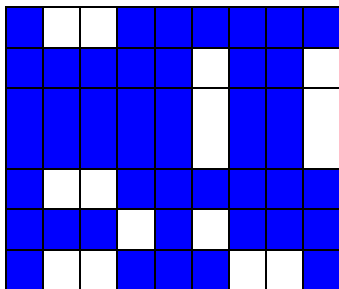


Figura3: Tabuleiro completo.



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

Considerando que a base do tabuleiro tem 9 unidades e que sua altura tem 6 unidades, a peça T ocupa, no mínimo, 3 quadrados em cada direção. O que se deseja é obter o número máximo de peças que deve ocupar o tabuleiro, sem haver superposição de quadrados da peça. Conseguiu-se agrupar o máximo de 8 peças, conforme a Figura 3. Com isso, foram ocupados 40 quadradinhos, sobrando 14. Devido à forma da Figura 2, verifica-se que a impossibilidade de se ocupar todos os espaços do tabuleiro

Considerando os saberes matemáticos desenvolvidos/adquiridos na aplicação desses jogos, analisamos as prática relativas a construção das hipóteses dos jogos. Assim temos:

(i) Tipos de Tarefa: O tipo de tarefa que o estudante deverá utilizar para finalizar o jogo é calcular a quantidade máxima de figuras na forma de T, possíveis neste tabuleiro.

(ii) Técnica: A técnica é a maneira de como resolver essa tarefa. Neste caso, o aluno pode observar 3 condições (técnicas): Método empírico, contagem direta dos lados das figuras geométricas; busca de regularidades dos valores registrados no tabuleiro; cálculo da soma dos lados de cada peça. Essas técnicas são suficientes para chegarem a uma conclusão e resolverem a situação.

(iii) Tecnologia: A Tecnologia é um discurso racional, é a explicação da técnica. Assim, eles podem tomar como tecnologia os quadrados dispostos no tabuleiro, já que as formas em T são constituídas pelos mesmos quadrados do tabuleiro.

(iv) Teoria: Para o estudante utilizar tal tecnologia, necessita do conjunto de conhecimentos sobre Geometria Plana e agrupamento de figuras numa região retangular, já que sem esse conhecimento é extremamente complicado tal recurso.



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

A análise que apresentaremos abaixo faz parte do conjunto de análises que aparecem em uma pesquisa maior inscrita no campo da *Didática da Matemática*, na qual, analisamos a influência do Meio ou “Milieu”, conceito criado por Guy Brousseau (1986), relacionado às condições nas quais uma situação didática é apresentada ensino-aprendizagem de matemática, por meio de situações matemáticas propostas a partir de jogos, como recurso didático. Pois, consideramos que o “Meio” apresenta-se como um forte elemento no processo de construção de estratégias em situações matemáticas formuladas a partir de jogos. Para melhor compreender, interpretar e analisar as estratégias desenvolvidas pelos licenciandos em matemática de duas instituições de ensino superior, face a situações propostas neste trabalho, nos apoiamos em alguns elementos da Teoria da Transposição Didática (TTD) proposta por Ives Chevallard (1992).

Este jogo pode ser disputado por duas ou mais pessoas. Cada jogador recebe três palitos. O jogador deve distribuir, ocultando dos outros jogadores, esses palitos, nas duas mãos. O jogador deve jogar, via de regra, com a mão direita. Nessa mão pode ter nenhum, 1, 2 ou 3 palitos. Depois que todos os jogadores escolherem a quantidade de palitos na sua mão direita, eles devem por essa mão com os punhos cerrados sobre a mesa e cada um deverá estimar a soma de quantidades de palitos que está nas mãos de todos os participantes. Aquele que fizer a estimativa correta do somatório dos palitos será o vencedor.

Jogue dez partidas de Palitinho anotando na tabela as seguintes informações:

A1 – Aposta do jogador 1; A2 – Aposta do jogador 2; P1 – Quantos palitos haviam na mão do jogador 1; P2 – Quantos palitos haviam na mão do jogador 2; S – Somatório dos palitos, resultado da partida.

A1	A2	P1	P2	S

Figura4: Tabela para anotações

Possíveis resultados	Quantas vezes ocorre	Probabilidade

Figura5: Tabela para ser preenchida



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

Análise matemática

Ao construir a tabela acima pode-se perceber o resultado que ocorre mais vezes, conseqüentemente o que tem maior probabilidade de acontecer é o três, portanto existe uma estratégia para se jogar Palitinho, a estratégia é apostar sempre três, aumentando assim suas possibilidades de vitória. Porém, esta estratégia não garante a vitória, pois, na prática o que ocorre é que quanto maior o número de partidas, mais próximo dos resultados previstos na tabela acima estará o percentual dos resultados obtidos.

Aplicações matemáticas

O jogo pode ser utilizado desde as séries iniciais até o nível superior, visto que nele estão envolvidos: (1) Conceitos básicos envolvendo adição e algumas propriedades dos números naturais; (2) Lógica; (3) Probabilidades; (4) Função do primeiro grau; (5) Progressão aritmética; (6) Funções de variáveis aleatórias; (7) Teoria dos jogos.

Análise praxeológica

Tipo de tarefa: Cálculo de probabilidade. Determinar a probabilidade de ocorrer o resultado três em uma partida de Palitinho onde jogam duas pessoas.

Técnica: Uso da fórmula $P = E/w$, onde **P** é a probabilidade de um evento ocorrer, **E** a quantidade de vezes que o evento ocorre e **W** o número total de eventos possíveis (espaço amostral).

Tecnologia: Aplicação de conhecimento da teoria das probabilidades.

Teoria: Conjunto de conhecimentos sobre cálculo de probabilidades.

CONCLUSÕES

A Teoria Antropológica do Didático contribuiu de forma significativa na análise das tarefas, pois, viabilizou a criação de uma estrutura organizada dos conceitos e atividades relacionadas à aplicação de tais tarefas em sala de aula. Precisamente, a análise praxeológica permitiu uma reflexão sobre o que foi proposto em cada situação, ou seja, uma reflexão em torno de questionamentos como: *Qual tarefa deve ser desenvolvida pelos estudantes? Existe pelo menos uma técnica para resolver a tarefa? Ela é adequada à série?É*



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

eficiente? Há um discurso sobre a técnica? Como discutir as tecnologias e teorias relacionadas a cada tarefa?

Estes questionamentos trouxeram subsídios para uma análise mais aprofundada a qual não apresentamos nesse trabalho. Além disso, constatamos que a *Análise Praxeológica* teve importância fundamental nestes trabalhos, pois, trouxe a possibilidade de modificar regras, prever alguns comportamentos dos estudantes, interpretações de procedimentos, entre outros contributos importante para a formação de professores.

REFERÊNCIAS

- BRONNER, A.&FARIAS, L.M.S. *Comment la profession prend-elle en compte les interrelations entre les domaines numérique-algébrique et géométrique ?* In II congrès international sur la théorie anthropologique du didactique « Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action » Uzès, 2007
- BROUSSEAU, G. *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. RDM Vol.7/2, éditions La Pensée Sauvage, 1986.
- CHEVALLARD, Y. *Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique*. Recherches en Didactique des Mathématiques 12/1, La Pensée Sauvage, 1992.
- _____. *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. Recherches en Didactique des Mathématiques 19/2, La Pensée Sauvage, 1993.
- _____. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique*. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11 juillet 1998 - paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120 -1999.
- DOUADY, R. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse d'Etat. Université Paris 7, 1984.
- DUVAL R. «Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée», *Annales de didactique et de sciences cognitives*, n°5, p.37-65, IREM de Strasbourg, 1993.
- FARIAS, L.M.S.: *Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire: Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde*. Thèse de Doctorat, Université de Montpellier 2, France 2010.



ISSN: 2175-5493

X COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO

28 a 30 de agosto de 2013

HENRIQUES, A.; ATTIE, J.P.; FARIAS, L.M.S. *Referências teóricas da didática francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple.* Educação Matemática Pesquisa, v. 9, p. 51-81, 2007.

MATHERON Y. *Analyser les praxéologies quelques exemples d'organisations mathématiques.* Petit x, n° 54, p. 51 à 78, 2000.

VERGNAUDG. *La théorie des champs conceptuels;* RDM vol. 10 n°2.3; pp. 133-170. 1981.