

## A NOÇÃO DE LIMITE: UM ESTUDO DA ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DE UM PERCURSO FORMATIVO DIGITAL

Osnildo Andrade Carvalho

Instituto Federal da Bahia – IFBA, (Brasil)

Endereço eletrônico: [osnildocarvalho@ifba.edu.br](mailto:osnildocarvalho@ifba.edu.br)

Luiz Marcio Santos Farias

Universidade Federal da Bahia – UFBA, (Brasil)

Endereço eletrônico: [lmsfarias@ufba.br](mailto:lmsfarias@ufba.br)

Itamar Miranda da Silva

Universidade Federal do Acre – UFAC, (Brasil)

Endereço eletrônico: [Itamar.byanka2330@gmail.com](mailto:Itamar.byanka2330@gmail.com)

435

### INTRODUÇÃO

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa maior - uma tese de doutorado - defendida recentemente. A investigação está inserida no campo da Educação Matemática, mais especificamente na área da Didática da Matemática e possui como objeto do saber as noções de limite de uma função de uma variável real. No curso de Cálculo Diferencial e Integral, as noções de limite têm sua importância, pois implicam numa melhor compreensão das noções de outros conceitos ligados a esse objeto de estudo como, por exemplo, derivadas, integrais, convergência de séries, dentre outros.

A pesquisa teve como problemática as dificuldades que os estudantes possuem na relação institucional com as noções de limites e na desarticulação entre a noção intuitiva e a definição ( $\epsilon$ ,  $\delta$ ) de limite como apresentam Job (2011) e Doumbia (2020). Além disso, normalmente, na organização didática existe uma naturalidade e automatização no processo de ensino (por parte dos professores de Matemática no nosso contexto) que, muitas das vezes, apenas sinaliza o não acerto do estudante nas tarefas propostas, deixando de promover uma reflexão e análise de tais erros ou equívocos, não evidenciando, assim, os motivos da não aprendizagem para que o estudante possa progredir nos seus estudos. Essa problemática norteou o seguinte objetivo: investigar como as praxeologias didáticas contribuem para o ensino das noções de limite de uma função real em ambientes virtuais de aprendizagem.

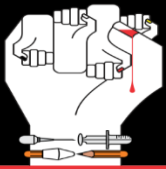
Tivemos como aporte teórico principal a Teoria Antropológico do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 1998, 2018), através de elementos como a praxeologia, os

Realização:



Apoio:





momentos didáticos na organização didática e como aporte secundário os pressupostos da avaliação formativa: o *feedback* e autorregulação (PERRENOUD, 1999, BODIN, 2015).

## METODOLOGIA

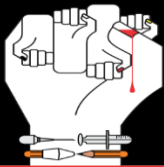
Utilizamos a metodologia da praxeologia de pesquisa proposta por Chevallard (2017) para desenvolver o trabalho, para isto, recorremos ao sistema herbartiano  $[S (\xi ; \zeta; Q_0) \rightarrow M] \rightarrow R^\forall$ , que através do auxílio dos orientadores de estudo ( $\zeta$ ) (orientador e coorientador), nos permitiu criar um meio  $M$  formado pelas perguntas secundárias  $Q_n$ , respostas secundárias  $R_m^\diamond$ , obras consultadas  $W_n$ , entrevistas, questionários e experimentação  $D_p$ , produzindo uma resposta  $R^\forall$  (resposta esperada). Essa metodologia contribuiu para nortear nossas ideias de modo que a investigação promoveu um meio capaz de atender a nossa questão de pesquisa. Como metodologia da experimentação, foi adotada a Engenharia Didática, pois, nos forneceu condições para alcançar os observáveis e atender a nossa pergunta de pesquisa, de modo que conseguimos observar e analisar as condições e restrições evidenciadas durante a trajetória da experimentação.

436

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao desenvolver o trabalho, construímos um modelo praxeológico dominante (MPD) que favoreceu compreender a epistemologia e como está posto o objeto matemático, limite de funções. E, em seguida a partir do que levantamos construímos um modelo praxeológico de referência (MPR) para em seguida realizarmos a nossa experimentação. Para construir tais modelos, partimos da seguinte questão de pesquisa  $Q_0$ , a saber: como as praxeologias didáticas contribuem para o ensino das noções de limite de funções reais de uma variável real em um Bacharelado em Ciências Exatas e Tecnológicas em ambientes virtuais de aprendizagens?

Para isto, realizamos inferências das respostas dos estudantes sobre a noção intuitiva e a definição  $(\epsilon, \delta)$  de limite. Percebemos que os estudantes de Cálculo II não conseguem, em sua maioria, explicitar uma relação esperada institucionalmente com o objeto investigado, ou seja, de acordo com as praxeologias esperadas na instituição ou evidenciar, por exemplo, as técnicas na linguagem natural ( $\tau_{\text{NATURAL}}$ ) ou técnica

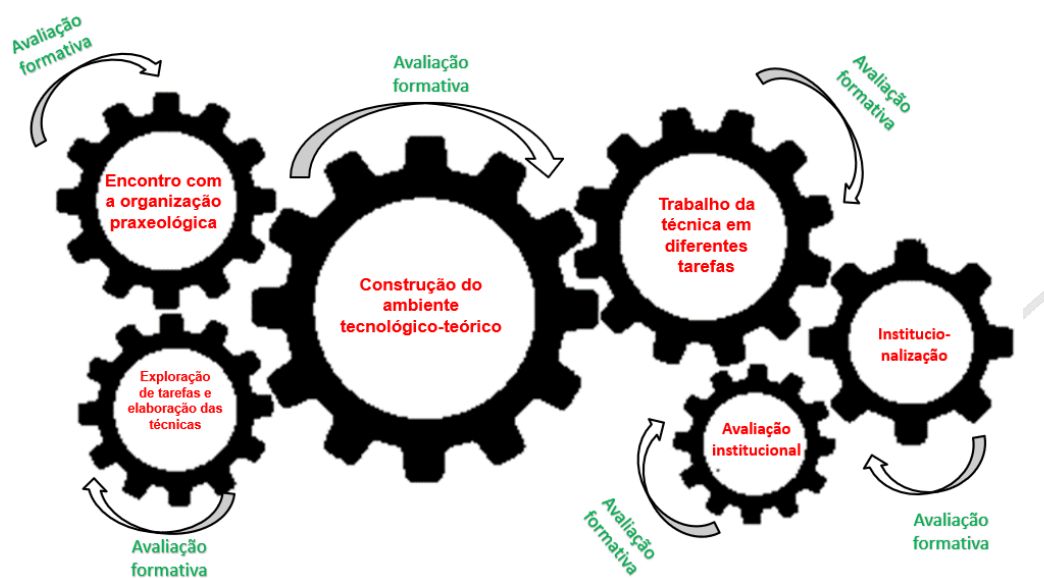


numérica, ( $\tau_{\text{NUMÉRICA}}$ ), técnica algébrica ( $\tau_{\text{ALGÉBRICA}}$ ) ou técnica geométrica (ou gráfica) ( $\tau_{\text{GEOMÉTRICO}}$ ). As relações aparentadas pelos estudantes são marcadas fortemente pelas praxeologias apresentadas nos livros didáticos e vivem de forma desarticulada na instituição.

Construímos na experimentação um Percurso Formativo Digital (PFD), e verificamos que existem dois tipos de avaliação nos momentos didáticos propostos na TAD: uma avaliação interna, com uma interligação entre cada momento didático através dos pressupostos da Avaliação Formativa; e uma avaliação externa, conectada com o momento da institucionalização.

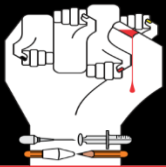
Pensando nesse contexto, na busca da autonomia dos estudantes, destacamos a praxeologia da avaliação baseada nas técnicas não institucionais (errôneas, imprecisas, incompletas, inadequadas e fora de alcance), comparando-as com as praxeologias institucionais estabelecidas, ou seja, esperadas pela instituição. Na figura a seguir, temos os momentos didáticos com os pressupostos da avaliação formativa:

**Figura 1** – Momentos didáticos de uma Organização Didática



Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Na **Figura 1** temos um conjunto de engrenagens que, metaforicamente, representam o processo da avaliação (interna) proporcionando uma integração entre os momentos didáticos, possibilitando atravessar (se movimentar) de um momento para outro, de modo que o estudante consiga prosseguir com a Organização Matemática (OM $\phi$ ) fornecida através do sistema didático proposto. Vale ressaltar que, de acordo Chevallard, Bosch e Gascón (1997, p. 275), não existem momentos “nobres” e momentos “menos nobres”, isto é, um mais importante que o outro, assim como não há



momentos “mais matemáticos” e momentos “mais didáticos”, pois todos são importantes no percurso da aprendizagem.

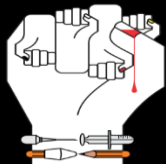
Uma observação: a **Figura 1** é uma “fotografia” do momento didático (é um filme, isto é, um processo dinâmico). Nesse caso, a depender do momento que se realizou esta fotografia, podemos estar dando ênfase (por exemplo, um tempo maior) em um momento mais do que outro, ou um momento pode estar sendo mais recorrente do que outro. Por isso, que as engrenagens possuem tamanhos distintos. Todos os momentos apresentados nas engrenagens são dinâmicos com diversos fatores que interferem diretamente ou indiretamente durante todo o processo.

Toda produção do estudante é um potencial conjunto dos seus esforços, a fim de criar uma relação com o objeto do saber ( $\varphi$ ). A análise do conjunto de técnicas produzidas pelos estudantes possibilita ao professor compreender os obstáculos evocados por esses no intuito de chegar à resposta esperada institucionalmente. Além disso, nesta situação é importante suspender o julgamento, e procurar verificar o que não está bem para realizar a intervenção necessária a fim de que o estudante consiga avançar.

## CONCLUSÕES

Constatamos como resposta a nossa questão de pesquisa  $Q_0$ , a resposta  $R^\heartsuit$ : os elementos da avaliação formativa, ao serem incorporados, promovem uma dinâmica nos momentos didáticos de uma organização didática capaz de que o sistema didático instaurado pelo professor desapareça e que o estudante tenha autonomia ao final do processo de estudo, sendo estabelecidos outros sistemas didáticos pelo próprio estudante, promovendo outras relações com o saber. Entretanto, percebemos que existe um contrato didático estabelecido, em que os estudantes normalmente não retomam as atividades realizadas para compreender os *feedbacks* fornecidos pelo professor. E, para que o sistema didático (estabelecido pelo professor) desapareça com êxito, deve haver uma ruptura do contrato didático, ora estabelecido, e enfrentar o fenômeno da naturalização e automatização do processo de avaliação, examinando as praxeologias construídas pelos estudantes.

Destacamos, as reflexões em torno das praxeologias da avaliação, observando os possíveis erros nas técnicas dos estudantes, pois são seus esforços para chegar a uma técnica institucionalmente esperada. Ademais, no nosso entendimento, a avaliação para



aprendizagem (formativa) está no coração do sistema didático que, muitas vezes, não é considerada dessa forma, sendo apenas vista na perspectiva de exames e provas para atender interesses externos como avaliações externas (normalmente com o intuito de o professor prestar contas). Apesar da avaliação está no cerne do sistema didático, esta possui uma estreita relação com todo o sistema didático  $\Sigma=S(x; y; \varphi)$ , pois tem uma forte conexão entre o saber ( $\varphi$ ), o estudante ( $x$ ) e o orientador de estudo ( $y$ ). Em suma, a avaliação não pode ser o coração da aprendizagem, mas o meio que o professor utiliza para avaliar as praxeologias construídas pelos estudantes, mudar a direção do ensino se necessário, não se restringindo apenas à pressão institucional por resultados.

439

**PALAVRAS-CHAVE:** Noções de limite de funções. Praxeologia da avaliação. Autonomia do estudante. Momentos Didáticos.

## REFERÊNCIAS

BODIN, A. Didactique des mathématiques et évaluation: petite histoire de 40 ans de chemins parallèles. A terme, l'évaluation est-elle soluble dans la didactique ? In : **Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques**. MATHE, A.-C.;

MOUNIER, E. (éds.). ARDM/IREM Paris, France, p. 2-12, 2015. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01317134/document>. Acesso em: 1 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudiar matemáticas**: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. 1. ed. Barcelona: Universidade de Barcelona; ICE/HORSORI, 1997.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. In: **Actes du Université d'été Analyse des Pratiques Enseignantes et Didactique des Mathématiques**, La Rochelle, IREM de Clermont-Ferrand, Paris, p. 91-120, 1998.

CHEVALLARD, Y. Uma ruptura epistemológica em ato. In: ALMOULOU, S. A.;

DOUMBIA, C. O. **Um modèle didactique de référence pour la construction des savoir et l'actualisation des connaissances sur la notion de limite eu Mali**. 2020. 280 f. Tese (Doutorado em Ensino Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2020.

JOB, P. **Étude du rapport à la notion de définition comme obstacle à l'acquisition du caractère lakatosien de la notion de limite par la méthodologie des situations fondamentales/adidactiques**. 2011. Thèse (Sciences Didactique des Sciences Mathématiques) – Université de Liège, Bélgica, 2011.

PERRENOUD, Ph. **Da avaliação da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

Realização:



Apoio:

